



دفترچه سوال

آمار و احتمال پایه یازدهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول



مرکز تحقیق و توسعه آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۹

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: آمار و احتمال

| ردیف | سؤال   | بارم     |
|------|--|----------|
| ۱    | با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها، هم‌ارزی زیر را ثابت کنید.<br>$p \Rightarrow \sim q \equiv q \Rightarrow \sim p$  | ۱        |
| ۲    | بدون استفاده از جدول و با استفاده از روابط هم‌ارزی ثابت کنید:<br>$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q \equiv T$   | ۱/۵      |
| ۳    | اگر گزاره شرطی $(p \wedge \sim q) \Rightarrow s$ نادرست باشد، آنگاه ارزش گزاره $(q \vee \sim s) \Rightarrow \sim p$ را با ذکر دلیل تعیین نمایید.   | ۱        |
| ۴    | ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید و نقیض هر یک را بنویسید.<br>الف) $\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x+3}{y} = 0$<br>ب) ۳ عددی زوج است یا $\sqrt{2}$ گویا است.   | ۲        |
| ۵    | اگر به مجموعه $A$ ، ۴ عضو اضافه کنیم، به تعداد زیرمجموعه‌های آن ۱۲۰ واحد اضافه می‌شود.<br>الف) تعداد عضوهای مجموعه $A$ را به دست آورید.<br>ب) تعداد افرازهای مجموعه $A$ را به دست آورید.             | ۱/۵      |
| ۶    | اگر $A, B, C$ و $D$ چهار زیرمجموعه از فضای نمونه $S$ باشند و $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ باشد، ثابت کنید: $A \cap C \subseteq B \cap D$ .<br>(روش عضوگیری)                                     | ۱        |
| ۷    | به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:<br>الف) $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$<br>ب) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$   | ۲/۵      |
| ۸    | الف) اگر $A = \{-1, x - 2y, 3\}$ و $B = \{t, 6, x + 5y\}$ داشته باشیم $A \times B = B \times A$ ، مقادیر $x, y$ و $t$ را به دست آورید.<br>ب) نمودار ضرب دکارتی $(-2, 3] \times [-1, 2)$ را رسم کنید. | ۱<br>۰/۵ |
| ۹    | یک تیم والیبال ۱۴ عضو دارد که قد هیچ دو نفری برابر نیستند. آنها یکی پس از دیگری وارد سالن می‌شوند. چقدر احتمال دارد که بلندقدترین آنها آخرین نفری باشد که وارد سالن می‌شود؟                          | ۰/۵      |



مرکز تحقیق آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۹

صفحه ۲ از ۲

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: آمار و احتمال

| بارم | سؤال  | ردیف |
|------|---|------|
| ۱/۵  | اگر $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ و $P(A \cap B') = \frac{1}{4}$ ، مقادیر $P(A')$ و $P(A' \cup B)$ را محاسبه کنید.  | ۱۰   |
| ۲    | عددی به تصادف از مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 200\}$ انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال آن که عدد انتخاب شده: (الف) بر ۳ بخش پذیر باشد. (ب) بر ۳ یا ۷ بخش پذیر باشد. (ج) بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۷ بخش پذیر نباشد.                        | ۱۱   |
| ۱    | اگر $B \subseteq A$ باشد، ثابت کنید: $P(A - B) = P(A) - P(B)$   | ۱۲   |
| ۱/۵  | تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد کوچک‌تر از ۴، سه برابر احتمال وقوع هر عدد بزرگ‌تر یا مساوی ۴ است. اگر در پرتاب یک تاس $A$ پیشامد وقوع عددی زوج باشد، $P(A)$ را بیابید.  | ۱۳   |
| ۱/۵  | نیکا و هلسا و یکتا در یک مسابقه شرکت می‌کنند. احتمال برد هلسا دو برابر احتمال برد نیکا و احتمال برد نیکا $\frac{1}{3}$ احتمال برد یکتا است. (الف) احتمال برد هر یک را به دست آورید. (ب) احتمال اینکه نیکا یا هلسا برنده شوند، چقدر است؟ | ۱۴   |
| ۲۰   | جمع بارج  |      |



مرکز پژوهش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: آمار و احتمال

| بارم | سؤال   | ردیف |
|------|--|------|
| ۲    | در هر مورد گزاره بودن یا نبودن را با ذکر دلیل بیان کنید.<br>(الف) مربع تمام اعداد حقیقی، نامنفی است.<br>(ب) ریشه دوم اعداد بزرگ، از خود آنها کوچکتر است.<br>(ج) برای رسیدن به هدف تلاش کن.<br>(د) $3x + 2y \geq 1$ | ۱    |
| ۱    | به کمک جدول ارزش گزاره‌ها، هم‌ارزی زیر را ثابت کنید.<br>$\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$  | ۲    |
| ۱    | بدون استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها و با کمک روابط هم‌ارزی ثابت کنید:<br>$[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q \equiv T$  | ۳    |
| ۱/۵  | اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 18\}$ ، ارزش گزاره سوری زیر را مشخص کنید. سپس نقیض آن را بنویسید.<br>$\forall x \in A ; x(x-1) \leq 5$   | ۴    |
| ۱    | تعداد زیر مجموعه‌های محض یک مجموعه $n$ عضوی از تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $n-3$ عضوی ۲۲۳ واحد بیشتر است. مجموعه اصلی چند عضوی بوده است؟   | ۵    |
| ۱/۵  | مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ را در نظر بگیرید و به سوالات پاسخ دهید.<br>(الف) این مجموعه چند افراز دو قسمتی دارد؟<br>(ب) در چند افراز از این مجموعه، ۱ و ۲ کنار هم نیستند؟  | ۶    |
| ۱/۵  | با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:<br>الف) $(A \cap B) - (B \cap C) = (A - B') - C$<br>ب) $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$  | ۷    |
| ۱/۵  | اگر $A = [2, 5]$ و $B = [-1, 4]$ ، آنگاه نمودار $(A \times B) - (B \times A)$ را رسم کنید.   | ۸    |



مرکز تحقیق آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

صفحه ۲ از ۲

باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: آمار و احتمال

| بارم | سؤال   | ردیف |
|------|--|------|
| ۱    | احتمال اینکه یک تیم فوتبال سه بازی پشت سر هم خود را در جام جهانی ببرد چقدر است؟ چرا؟   | ۹    |
| ۲    | عددی به تصادف از مجموعه $\{1, 2, \dots, 250\}$ انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد:<br>(الف) عدد انتخابی مضرب ۷ باشد.<br>(ب) عدد انتخابی بر ۵ بخش پذیر باشد ولی بر ۷ بخش پذیر نباشد.  | ۱۰   |
| ۱/۵  | اگر $P(A - B) = \frac{1}{3}$ و $P(A') = \frac{1}{3}$ ، $P(B - A')$ را بیابید.  | ۱۱   |
| ۱/۵  | در یک تاس احتمال رو شدن هر عدد متناسب با همان عدد است. اگر این تاس را پرتاب کنیم چقدر احتمال دارد عددی اول رو شود؟   | ۱۲   |
| ۲    | ۵ گوی به شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ در یک جعبه قرار دارند. یک گوی به تصادف انتخاب می‌کنیم؛ اگر احتمال انتخاب گوی شماره $k$ ، $b(2k - 1)$ باشد، احتمال آنکه:<br>(الف) گوی شماره ۴ انتخاب شود.<br>(ب) شماره گوی انتخاب شده حداقل ۳ باشد. | ۱۳   |
| ۲۰   | جمع بارم   |      |



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۵

صفحه ۱ از ۳

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

س ل م

مجموعه مدارس سلام

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: آمار و احتمال

| ردیف | سؤال  | بارم |
|------|---|------|
| ۱    | گزاره بودن یا نبودن عبارتهای زیر را بررسی کنید؟<br>الف) هر عدد زوج بزرگتر از ۲ را می توان به صورت حاصل جمع دو عدد اول نوشت.<br>ب) ژاپن یک کشور آمریکایی است.<br>ج) آیا سعدی شاعر بود؟<br>د) به به! چه غذای لذیذی! | ۱    |
| ۲    | جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.<br>الف) با آوردن ..... در اول گزاره نما، گزاره نما به ..... تبدیل می شود.<br>ب) احتمال برخورد گلوله به هدف به عدم برخورد آن $\frac{۳}{۴}$ است. احتمال عدم برخورد ..... است. | ۰/۵  |
| ۳    | به کمک جدول ارزش گزاره ها، نشان دهید:<br>$\sim (p \Rightarrow \sim q) \equiv p \wedge q$  | ۱    |
| ۴    | اگر $\sim p \Rightarrow (q \vee r)$ نادرست باشد، ارزش گزاره $(p \wedge (q \Rightarrow r)) \Leftrightarrow (q \vee \sim r)$ را مشخص کنید.  | ۱/۵  |
| ۵    | ارزش گزاره های سوری زیر را مشخص کنید و سپس نقیض هر یک را بنویسید.<br>الف) $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$<br>ب) $\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x - 3}{5} = 0$                         | ۱/۵  |
| ۶    | اگر ۲ عضو به مجموعه A اضافه کنیم به تعداد زیرمجموعه های آن ۴۸ واحد اضافه می شود. مجموعه A چند زیرمجموعه ۲ عضوی دارد؟  | ۱    |



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۵

صفحه ۲ از ۳

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

مجموعه مدارس سلام

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: آمار و احتمال

| بارم | سؤال   | ردیف |
|------|--|------|
| ۱    | به روش عضوگیری ثابت کنید اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ باشد، آنگاه $A \cap C \subseteq B \cap D$ .   | ۷    |
| ۱/۵  | با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:<br>۱) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$  | ۸    |
| ۱    | ۲) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$   |      |
| ۱/۵  | اگر $A = \{-1, 0, 1\}$ و $B = \{-3, -1, 1\}$ دو مجموعه باشند، مجموعه $A^2 - A \times B$ را با اعضا مشخص کنید.  | ۹    |
| ۰/۵  | اگر $A = [-1, 5]$ و $B = [-2, 3]$ نمودار $A \times B$ را رسم نمایید.   | ۱۰   |
| ۰/۵  | یک تیم والیبال ۱۴ نفر عضو دارد که قد هیچ ۲ نفری برابر نیست. فرض کنید یکی پس از دیگری وارد سالن بشوند. احتمال این که اولین کسی که وارد می‌شود کوتاه‌ترین قد را داشته باشد چقدر است؟ | ۱۱   |
| ۱    | ثابت کنید اگر $B \subseteq A$ باشد، آنگاه $P(A - B) = P(A) - P(B)$ .   | ۱۲   |



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

س ل م  
مجموعه مدارس سلام

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۵

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۳ از ۳

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: آمار و احتمال

| بارم | سؤال  | ردیف |
|------|---|------|
| ۱/۵  | <p>اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو پیشامد از فضای نمونه‌ای <math>S</math> باشند و داشته باشیم <math>P(A \cup B) = 0/6</math> و <math>P(A) = 0/4</math> و <math>P(B) = 0/5</math> آن گاه مطلوب است:</p> <p>الف) احتمال اینکه دقیقاً یکی از ۲ پیشامد رخ دهد.</p> <p>ب) احتمال اینکه هیچ کدام رخ ندهند.</p> | ۱۳   |
| ۱/۵  | <p>عددی به تصادف از مجموعه <math>S = \{1, 2, 3, \dots, 50\}</math> انتخاب می‌کنیم. مطلوبست احتمال اینکه:</p> <p>الف) عدد انتخابی بر ۲ یا ۵ بخش پذیر باشد.</p> <p>ب) عدد انتخابی بر ۲ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ نباشد.</p>  | ۱۴   |
| ۲    | <p>یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال آمدن هر وجه با عدد آن وجه متناسب است؛ این تاس را یک بار پرتاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال آنکه:</p> <p>الف) ۴ نیاید.</p> <p>ب) بزرگتر از ۴ بیاید.</p>  | ۱۵   |
| ۱/۵  | <p>در یک آزمایش تصادفی <math>S = \{x, y, z\}</math> فضای نمونه است. اگر <math>P(\{x, y\}) = \frac{2}{3}</math> و <math>P(\{x, z\}) = \frac{1}{3}</math>، احتمال وقوع هر یک از پیشامدهای ساده را به دست آورید.</p>   | ۱۶   |
| ۲۰   | جمع بارم  |      |



باسمه تعالی



پیش آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: آمار و احتمال

| بارم | سؤال  | ردیف |
|------|---|------|
| ۰/۵  | جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید.<br>الف) تعداد افرازشهای ۳ تایی یک مجموعه ۶ عضوی ..... است.<br>ب) احتمال بارش باران به نیاریدن باران، $\frac{2}{3}$ است. احتمال بارش باران ..... است. | ۱    |
| ۱/۵  | با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها، هم‌ارزی زیر را ثابت کنید.<br>$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$  | ۲    |
| ۱/۵  | به روش جبر گزاره، حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت بیابید.<br>$(\sim [(p \wedge q) \vee \sim p]) \vee p$   | ۳    |
| ۱    | ثابت کنید اگر $n$ عدد صحیح و $n^2$ مضرب ۳ باشد، آن‌گاه $n$ نیز مضرب ۳ است.  | ۴    |
| ۱    | به روش عضوگیری ثابت کنید اگر $A \subseteq B$ باشد آن‌گاه $A \cup C \subseteq B \cup C$ .  | ۵    |
| ۱/۵  | اگر ۳ عضو به مجموعه متناهی $A$ اضافه کنیم، به تعداد زیرمجموعه‌های آن ۵۶ واحد اضافه می‌شود، مجموعه $A$ چند عضو دارد؟ مجموعه $A$ چند افراز دارد؟  | ۶    |
| ۱    | به کمک جبر مجموعه‌ها، ثابت کنید:<br>$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$   | ۷    |
| ۱    | اگر $A = \{2, 4, 3x + 4y + 1\}$ و $B = \{4, 5, 3x - 2y + 1\}$ و $A = B$ ، آنگاه مقادیر $x$ و $y$ را بیابید.   | ۸    |
| ۱/۵  | اگر $A = (-3, 4]$ و $B = (1, 3]$ و $C = (1, 2)$ و $D = [-1, 5)$ ، آن‌گاه حاصل $(A \times B) - (C \times D)$ را بیابید.  | ۹    |
| ۱/۵  | اگر $A = \{2^k \mid k \in \mathbb{Z},  k  \leq 1\}$ و $B = \{0, 1\}$ باشند، مجموعه $(A \times B) - B^2$ را به صورت زوج مرتب بنویسید.  | ۱۰   |
| ۱/۵  | اگر $A$ و $B$ دو پیشامد از فضای نمونه‌ای $S$ باشند و داشته باشیم $A \subseteq B$ ، آن‌گاه ثابت کنید<br>$P(A) \leq P(B) \leq 1 + P(A)$   | ۱۱   |



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)



مجموعه مدارس سلام

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: آمار و احتمال

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰

صفحه ۲ از ۲

| بارم | سؤال  | ردیف |
|------|---|------|
| ۱/۵  | از مجموعه $A = \{۴۸, ۴۹, \dots, ۲۰۸\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن را بیابید که این عدد مضرب ۶ باشد یا بر ۵ بخش پذیر باشد.  | ۱۲   |
| ۲    | اگر $P(B) = \frac{2}{3}$ و $P(A') = \frac{1}{5}$ و $P(A \cap B) = \frac{3}{5}$ باشد، مطلوب است:<br>۱) $P(A \cup B)$<br>۲) $P(A' \cap B')$<br>۳) $P(A \cap B')$  | ۱۳   |
| ۱/۵  | در یک تاس احتمال مشاهده‌ی عدد $k$ برابر است با $(k+2)x$ ، در پرتاب این تاس احتمال مشاهده‌ی عدد اول چقدر است؟  | ۱۴   |
| ۱/۵  | اگر $S = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی باشد و $P(\{a_1, a_2\}) = \frac{2}{7}$ و $P(\{a_1, a_2, a_3, a_4\}) = \frac{3}{5}$ ، آن‌گاه $P(C')$ را بیابید. $C = \{a_1, a_2, a_5\}$ | ۱۵   |
| ۲۰   | جمع بارم  |      |



مرکز تحقیق و آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

نام درس: **آمار و احتمال** (سری ۱) پایه: **یازدهم** (رشته ریاضی)

| بارم | سؤال  | ردیف |
|------|---|------|
| ۱    | <p>گزاره درست و نادرست را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>x, y \in \mathbb{N}</math> و <math>(x^2 - y^2)^4 + (x-1)^2 = 0</math> آنگاه <math>(x+y=2 \vee x+y=0)</math> است.</p> <p>ب) گزاره <math>[(\sim p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)] \wedge p</math> همواره درست است.</p> <p>ج) نقیض گزاره <math>\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}; x &lt; y</math> همواره نادرست است.</p> <p>د) اگر دامنه متغیر، مجموعه <math>\{x \mid x \in \mathbb{R}, -1 \leq x &lt; 3\}</math> باشد، گزاره <math>\exists x \in A; x^3 - 2x^2 + 2x - 1 = 0</math> ارزش درستی دارد.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> | ۱    |
| ۲    | <p>به کمک جدول ارزشی هم‌ارزی زیر را ثابت کنید.</p> $(p \Rightarrow q) \vee (r \Rightarrow q) \equiv (p \wedge r) \Rightarrow q$   | ۲    |
| ۱    | <p>اگر <math>p \Rightarrow q</math> نادرست و <math>r</math> گزاره دلخواهی باشد. با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید <math>(r \Leftrightarrow p) \wedge \sim q</math> چه زمانی درست و چه زمانی نادرست است؟</p>  | ۳    |
| ۱    | <p>بدون استفاده از جدول ثابت کنید عبارت <math>[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q</math> همواره درست است.</p>  | ۴    |
| ۱    | <p>نقیض گزاره «همه دانش آموزان، اگر آزمون آمار و احتمال کنسل شود، خوشحال نمی‌شوند» را بنویسید.</p>  | ۵    |
| ۲    | <p>به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:</p> $((A \cup B) - C) \cup (B \cap C) = (A - C) \cup B$  | ۶    |
| ۱/۵  | <p>اگر اختلاف تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه <math>n+2</math> عضوی و <math>n-3</math> عضوی برابر ۱۹۸۴ واحد باشد مجموعه <math>n</math> عضوی <math>A</math> چند زیرمجموعه سره غیر تهی دارد؟</p>   | ۷    |
| ۱/۵  | <p>اگر <math>A \neq \emptyset</math> و <math>B \neq \emptyset</math> و <math>A \times B = B \times A</math> ثابت کنید <math>A = B</math>.</p>   | ۸    |
| ۱    | <p>اگر <math>A = [-1, 4)</math> و <math>B = (-2, 5]</math> آنگاه نمودار <math>A \times B</math> را رسم نمایید.</p>  | ۹    |
| ۱/۵  | <p>عددی به تصادف از مجموعه <math>\{1, 2, 3, 4, \dots, 200\}</math> انتخاب کرده‌ایم. با کدام احتمال عدد انتخابی بر ۴ بخش پذیر است ولی بر ۵ یا ۷ بخش پذیر نیست؟</p>   | ۱۰   |
| ۰/۵  | <p>در یک سمینار قرار است که ۱۰ نفر سخنرانی کنند. احتمال اینکه آقای احمدی آخرین نفری باشد که سخنرانی می‌کند چقدر است؟</p>  | ۱۱   |



مرکز تحقیق و آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

صفحه ۲ از ۲

نام درس: **آمار و احتمال** (سری ۱) پایه: **یازدهم** (رشته ریاضی)

| بارم | سؤال   | ردیف |
|------|--|------|
| ۱/۵  | در پرتاب یک دارت به یک صفحه دایره‌ای شکل که از ۴ ناحیه تشکیل شده است احتمال اصابت به ناحیه $k$ ام $(1 \leq k \leq 4)$ از رابطه $b(3k + 1)$ به دست می‌آید. اگر بدانیم دارت حتماً به صفحه دایره‌ای شکل اصابت می‌کند به چه احتمالی دارت به ناحیه سوم برخورد می‌کند؟ | ۱۲   |
| ۱/۵  | یک تاس طوری ساخته شده است که احتمال آمدن هر عدد اول دو برابر احتمال آمدن عدد ۱ است و احتمال آمدن هر عدد غیر اول سه برابر احتمال آمدن عدد ۱ است. در پرتاب این تاس به چه احتمالی عدد بزرگ‌تر از ۴ می‌آید؟  | ۱۳   |
| ۱/۵  | دو تاس را پرتاب می‌کنیم:<br>الف) اگر بدانیم مجموع دو تاس ۹ است به چه احتمالی یکی از تاس‌ها ۶ آمده است؟<br>ب) اگر بدانیم یکی از تاس‌ها (فقط یکی) ۶ آمده است به چه احتمالی مجموع دو تاس ۹ است؟   | ۱۴   |
| ۱/۵  | امیر و محسن هر کدام به احتمال $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ به سینما می‌روند. اگر امیر به سینما رفته باشد، محسن به احتمال $\frac{1}{7}$ به سینما می‌رود. دیروز امیر به سینما نرفته است. با چه احتمالی محسن هم به سینما نرفته است؟                                | ۱۵   |
| ۲۰   | جمع بارم   |      |



مرکز پیشرفته آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

نام درس: **آمار و احتمال** (سری ۲) پایه: **یازدهم** (رشته ریاضی)

| ردیف | سؤال   | بارم |
|------|--|------|
| ۱    | کدام یک از جملات زیر گزاره است و در صورت گزاره بودن ارزش آنها را تعیین کنید.<br>الف) شاید فردا باران بیارد.<br>ب) چه هوای خوبی!<br>ج) معادله $x^2 - 3x + 2 = 0$ دارای دو ریشه صحیح است.<br>د) لطفاً درب را ببندید. | ۱/۵  |
| ۲    | به کمک جدول هم‌ارزی گزاره‌ها ثابت کنید.<br>$[(p \vee q) \wedge \sim p] \vee \sim q \equiv \sim p \vee \sim q$  | ۲    |
| ۳    | با استفاده از روابط هم‌ارزی ثابت کنید:<br>$p \Leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)$   | ۱/۵  |
| ۴    | نقیض هر یک از عبارات زیر را بنویسید.<br>الف) $\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad x + y = 5$<br>ب) در هر دبیرستانی، حداقل ۶ کلاس وجود دارد.  | ۲    |
| ۵    | اگر ۳ عضو جدید به مجموعه A اضافه کنیم به تعداد زیرمجموعه‌های آن ۱۱۲ واحد اضافه می‌شود. مجموعه اولیه A چند زیرمجموعه دو عضوی دارد؟  | ۱    |
| ۶    | اگر مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۹ را در نظر بگیریم:<br>الف) چند زیرمجموعه شامل اعداد اول و فاقد ۱ دارد؟<br>ب) چند زیرمجموعه حداقل دو عضوی دارد که مجموع کمترین و بیشترین عضو آن ۹ باشد؟                          | ۱    |
| ۷    | هر یک از عبارات‌های زیر را ساده کنید.<br>الف) $(A' \cap B) \cup [(B \cap A) - B'] \cap (B \cup A)$<br>ب) $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B)$  | ۲    |
| ۸    | اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq x \leq 4\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 5\}$ مفروض باشند، مطلوبست رسم نمودار $(A \times B) - (B \times A)$ .  | ۱    |
| ۹    | یک عدد به تصادف از مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 200\}$ انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی:<br>الف) عدد انتخابی مضرب ۳ یا ۵ است؟<br>ب) عدد انتخابی مضرب ۳ هست و مضرب ۵ نیست؟  | ۲    |



مرکز تحقیق و توسعه روش‌های آموزشی مدارس برتر

باسمه تعالی

## پیش‌آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۲

صفحه ۲ از ۲

نام درس: آمار و احتمال (سری ۲) پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

| بارم | سؤال   | ردیف |
|------|--|------|
| ۱    | نشان دهید: $p(A' \cap B') = 1 - p(A) - p(B) + p(A \cap B)$ .   | ۱۰   |
| ۱    | اگر فضای نمونه یک آزمایش باشد و $P(\{e_1, e_2, e_3\}) = \frac{1}{3}$ و $P(\{e_2, e_4\}) = \frac{1}{3}$ و $P(\{e_2\}) = \frac{1}{6}$ باشد حاصل $p(\{e_1\})$ چقدر است؟                         | ۱۱   |
| ۱/۵  | در یک تجربه تصادفی $S = \{x, y, z\}$ فضای نمونه‌ای است اگر $p(x), p(y)$ و $p(z)$ یک دنباله حسابی با قدرنسبت $\frac{1}{4}$ تشکیل دهند. احتمال وقوع هر کدام از پیشامدهای ساده را به دست آورید. | ۱۲   |
| ۱    | سکه‌ای را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم حداقل یک بار پشت آمده است، احتمال این‌که دقیقاً ۲ بار رو آمده باشد، چقدر است؟   | ۱۳   |
| ۱/۵  | اگر $p(A - B) = \frac{1}{4}$ و $p(A) = \frac{3}{4}$ ، $p(B   A)$ را بیابید.  | ۱۴   |
| ۲۰   | جمع بارم   |      |



مرکز تحقیقات آموزش مدارس برتر

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: آمار و احتمال

| بارم | سؤال  | ردیف |
|------|---|------|
| ۱    | $\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$   | ۱    |
| ۱/۵  | به کمک جدول هم‌ارزی گزاره‌ها نشان دهید:   | ۲    |
| ۱/۵  | با استفاده از هم‌ارزی گزاره‌ها (بدون استفاده از جدول) نشان دهید گزاره $\sim p \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \Rightarrow \sim p$ همواره درست است.                    | ۳    |
| ۱/۲۵ | اگر گزاره شرطی $(p \wedge q) \Rightarrow \sim r$ نادرست باشد آنگاه ارزش گزاره $(p \vee r) \Rightarrow \sim q$ چیست؟ با ذکر دلیل.  | ۴    |
| ۱/۵  | نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.<br>الف) همه اعداد اول فرد هستند.<br>ب) $(\exists x \in \mathbb{R}; (x^2 + 1 > 0 \Rightarrow x \leq 1))$  | ۵    |
| ۱/۵  | مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ چند زیرمجموعه دارد که شامل ۵ باشد و تفاضل بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو شود.  | ۶    |
| ۰/۷۵ | به روش عضوگیری ثابت کنید اگر $A \subseteq B$ آنگاه $A' \subseteq B'$ .  | ۷    |
| ۲    | با استفاده از جبر مجموعه‌ها گزاره‌های زیر را ثابت کنید.<br>$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$   | ۸    |
| ۱/۵  | اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid  x  < 2\}$ و $B = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}, -2 \leq k \leq 0\}$ دو مجموعه باشند، مجموعه $A \times B - A^2$ را با اعضا مشخص کنید.             | ۹    |
| ۱    | نمودارهای مربوط به هر قسمت را رسم کنید.<br>الف) $A = (1, 4]$ ; $B = \{1, 2\}$ ; $B \times A$<br>ب) $A = \mathbb{N}$ ; $B = \mathbb{R}$ ; $A \times B$                               | ۱۰   |
| ۱/۵  | اگر $A$ و $B$ دو پیشامد از فضای نمونه‌ای $S$ باشند و $P(A') = \frac{1}{4}$ و $P(A \cup B') - P(A - B) = \frac{3}{10}$ و $P(A \cap B) = \frac{2}{10}$ باشد حاصل $P(B - A)$ چقدر است؟ |      |



مرکز تحقیقات آموزش مدارس برتر

صفحه ۲ از ۲

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: آمار و احتمال

| بارم | سؤال  | ردیف |
|------|---|------|
| ۲    | عددی به تصادف از مجموعه اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰۰۰ انتخاب می کنیم مطلوبست احتمال اینکه:<br>(الف) این عدد بر ۳ یا ۵ بخش پذیر باشد.<br>(ب) این عدد بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد.   | ۱۱   |
| ۱/۵  | یک تاس به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد متناسب با مربع آن عدد است. اگر تاس را پرتاب کنیم، با کدام احتمال عدد رو شده، عدد اول است؟   | ۱۲   |
| ۱/۵  | در یک مسابقه اسب دوانی سه اسب A، B و C شرکت کرده اند اگر احتمال برد اسب A دو برابر اسب B و احتمال برد اسب B دو برابر اسب C باشد احتمال برنده نشدن اسب B چقدر است؟   | ۱۳   |
| ۱/۵  | یک تیم والیبال ۷ والیبالیست دارد که قد هیچ دو نفری از آنها برابر نیست. یک والیبالیست به تصادف انتخاب می کنیم و:<br>(الف) احتمال اینکه آن بازیکن بلندقدترین بازیکن باشد.<br>(ب) والیبالیست دیگری انتخاب می کنیم و می بینیم که از والیبالیست اول کوتاه تر است. در این صورت چقدر احتمال دارد که والیبالیست اولی بلندقدترین والیبالیست بوده باشد؟ | ۱۴   |
| ۲۰   | جمع بارم  |      |



مرکز تحقیقات آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

### پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

کلاس:

نام درس: آمار و احتمال (سری ۲) پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

| ردیف | سؤال   | بارم |
|------|--|------|
| ۱    | عبارات زیر را کامل کنید.<br>الف) اگر گزاره مرکبی شامل $n$ گزاره ساده باشد، جدول ارزش‌های آن ..... حالت دارد.<br>ب) مجموعه‌ای که شامل تمام زیرمجموعه‌های یک مجموعه است، ..... نامیده می‌شود.<br>ج) در یک تجربه تصادفی به مجموعه‌ای که شامل همه حالت‌های ممکن است، ..... گفته شده و به هر عضو آن یک ..... می‌گوییم.  | ۱    |
| ۲    | گزینه مناسب را انتخاب کنید.<br>الف) کدام گزینه در منطق ریاضی، یک گزاره به حساب می‌آید؟<br>(۱) چه هوای خوبی!<br>(۲) احتمال اینکه فردا هوا بارانی باشد، زیاد است.<br>(۳) $2 + 2 = 5$<br>(۴) $x^2 \geq 1$<br>ب) اگر ارزش گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow r$ نادرست باشد، ارزش گزاره‌های $p \vee q$ و $p \Leftrightarrow q$ به ترتیب کدام است؟<br>(۱) درست - درست (۲) درست - نادرست (۳) نادرست - درست (۴) نادرست - نادرست<br>ج) ارزش گزاره «عددی طبیعی وجود دارد که اول است و مرکب است» چیست و نقیض آن، کدام است؟<br>(۱) درست - همه اعداد طبیعی، اول هستند یا مرکب.<br>(۲) نادرست - همه اعداد طبیعی، اول هستند یا مرکب.<br>(۳) درست - همه اعداد طبیعی، اول نیستند یا مرکب نیستند.<br>(۴) نادرست - همه اعداد طبیعی، اول نیستند یا مرکب نیستند.<br>د) در جبر مجموعه‌ها، $(A \cap B) - (A \cap C)$ با کدام گزینه، برابر است؟<br>(۱) $A \cap (B - C)$ (۲) $A \cup (B - C)$ (۳) $A - (B \cap C)$ (۴) $A - (B \cup C)$<br>ه) مجموعه $(A - (A \cap B')) \cup (B \cap (A \cap B))'$ با کدام مجموعه برابر است؟<br>(۱) $B$ (۲) $B'$ (۳) $A$ (۴) $A'$<br>و) اگر $A = \{2, x + 2y, 5\}$ و $B = \{2x + 2y, 5, 3\}$ و بدانیم $A \times B = B \times A$ در این صورت مقدار $x$ برابر است با:<br>(۱) $-4$ (۲) $-2$ (۳) $-1$ (۴) $1$<br>ز) تاسی را دو بار می‌اندازیم. کدام دو پیشامد، ناسازگارند؟<br>(۱) مجموع دو تاس ۶ باشد و اختلاف دو تاس ۲ باشد.<br>(۲) حاصل ضرب دو تاس ۱۲ باشد و مجموعشان ۸ باشد.<br>(۳) حاصل ضرب دو تاس ۶ باشد و اختلافشان ۵ باشد.<br>(۴) حاصل ضرب دو تاس، فرد باشد و دست کم، یکی از تاس‌ها، زوج باشد.<br>ح) تاسی به گونه‌ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد زوج، دو برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در پرتاب این تاس، احتمال وقوع عددی بزرگ‌تر از ۳ چقدر است؟<br>(۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{2}{3}$ | ۴    |
| ۳    | درستی هم‌ارزی زیر را یک بار به کمک جدول و یکبار بدون استفاده از جدول بررسی کنید.<br>$\sim (p \Rightarrow q) \vee (p \wedge q) \equiv p$  | ۲    |



مرکز تحقیقات آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

صفحه ۲ از ۲

باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

کلاس:

نام درس: آمار و احتمال (سری ۲) پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

| بارم | سؤال   | ردیف |
|------|--|------|
| ۱    | ارزش گزاره سوری مقابل را مشخص کنید. سپس نقیض آن را بنویسید.<br>$\forall x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \leq -2$   | ۴    |
| ۱/۲۵ | اگر ۲ عضو به مجموعه A اضافه کنیم به تعداد زیرمجموعه‌های A، ۴۸ واحد اضافه می‌شود. مجموعه A چند زیرمجموعه محض دارد؟  | ۵    |
| ۱/۵  | برای مجموعه‌های A و B و C با مرجع U اگر $A \subseteq B$ باشد، به روش عضوگیری ثابت کنید:<br>الف) $B' \subseteq A'$<br>ب) $A \cap C \subseteq B \cap C$  | ۶    |
| ۱    | عبارت مقابل را به کمک قوانین جبر مجموعه‌ها ساده کنید.<br>$[A \cup (B' \cap A)] \cap [(A' \cap B) \cap (A \cup B)] = ?$   | ۷    |
| ۱    | با توجه به مجموعه‌های A و B داده شده، در هر قسمت نمودار خواسته شده را رسم کنید.<br>الف) $A = \mathbb{N}$ $B = [2, 5]$ $A \times B = ?$<br>ب) $A = \{3, 4\}$ $B = (1, 6]$ $B \times A = ?$  | ۸    |
| ۱/۲۵ | ثابت کنید اگر $B \subseteq A$ باشد، آنگاه $P(A - B) = P(A) - P(B)$ .   | ۹    |
| ۱/۵  | عددی به تصادف از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال اینکه:<br>الف) عدد انتخابی بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد.<br>ب) عدد انتخابی بر ۲ بخش پذیر باشد ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد.                                       | ۱۰   |
| ۱    | اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند و $P(A \cap B) = 0.1$ و $P(A') + P(B') = 1.1$ مقدار $P(A \cup B)$ را حساب کنید. (به صورت عددی بین صفر و یک، با دو رقم اعشار، بنویسید.)   | ۱۱   |
| ۱/۵  | سه دونه A و B و C در یک مسابقه شرکت می‌کنند. احتمال برد A نصف احتمال برد B و احتمال برد B، $\frac{1}{3}$ احتمال برد C است. (مسابقه فقط یک برنده دارد).<br>الف) احتمال برد هر یک را به دست آورید.<br>ب) احتمال اینکه B یا C ببرد، چقدر است؟ | ۱۲   |
| ۱    | دو تاس سبز و قرمز را پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع دو تاس ۱۰ شده است، احتمال اینکه تاس سبز ۶ آمده باشد، چقدر است؟  | ۱۳   |
| ۱    | اگر $P(A B) = 0.6$ و $P(A) = 0.4$ و $P(B) = 0.5$ باشد، مقدار $P(B A)$ را به دست آورید.   | ۱۴   |
| ۲۰   | جمع بارم   |      |



مرکز نخبش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

### آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: آمار و احتمال

| بارم | سؤال  | ردیف |
|------|---|------|
| ۱    | <p>در جاهای خالی عبارت یا عدد مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) اگر جامعه را با جزئیات مورد نیاز بشناسیم و بخواهیم بدانیم، نمونه‌هایی از آن جامعه چگونه خواهند بود، علم ..... به کمک ما می‌آید.</p> <p>ب) اگر دو مجموعه <math>A = \{x^2 - 1, 5\}</math> و <math>B = \{3, x^4 - y\}</math> با هم برابر باشند. حاصل <math>y</math> برابر ..... است.</p> <p>ج) ارزش گزاره <math>\neg p \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q]</math> همواره ..... است.</p> <p>د) مجموعه توانی مجموعه <math>A = \{a, \{a\}, \emptyset, \{\}\}</math> تعداد ..... عضو دارد.</p>  | ۱    |
| ۲/۵  | <p>پاسخ صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف) اگر <math>p</math> گزاره‌ای درست و <math>q</math> گزاره‌ای نادرست و <math>r</math> گزاره‌ای با ارزش دلخواه باشد، کدام گزاره مرکب همواره نادرست است؟</p> <p>(۱) <math>(r \Rightarrow \sim q) \wedge (p \Leftrightarrow \sim q)</math></p> <p>(۲) <math>(r \wedge \sim p) \Rightarrow (\sim q \vee r)</math></p> <p>(۳) <math>\sim (q \vee p) \Rightarrow \sim r</math></p> <p>(۴) <math>(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow q</math></p> <p>ب) متمم عبارت <math>(A' \cap B) - A'</math> کدام گزینه است؟</p> <p>(۱) <math>\emptyset</math> (۲) <math>U</math> (۳) <math>A</math> (۴) <math>B'</math></p> <p>ج) اگر <math>A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 &lt; x^2 &lt; 30\}</math> مجموعه دامنه باشد، گزینه درست را انتخاب کنید.</p> <p>(۱) <math>\forall x \in A: x + 5 &lt; 10</math> (۲) <math>\forall x \in A: x - 1 \in A</math> (۳) <math>\exists x \in A: -x + 3 \geq 1</math> (۴) <math>\exists x \in A: 0 &lt; \sqrt{x} &lt; 1</math></p> <p>د) مجموعه <math>A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}</math> چند زیرمجموعه دارد که شامل ۲ و ۵ باشد ولی شامل ۶ نباشد؟</p> <p>(۱) ۱۶ (۲) ۶۴ (۳) ۲۱ (۴) ۳۲</p> <p>ه) کدام گزینه پیشامد: «<math>A</math> رخ دهد ولی پیشامدهای <math>B</math> و <math>C</math> با هم رخ ندهد» را نشان می‌دهد؟</p> <p>(۱) <math>A - (B \cap C)</math> (۲) <math>A - (B \cup C)</math></p> <p>(۳) <math>(A - B) \cap (A - C)</math> (۴) گزینه‌های ۱ و ۲ درست است.</p> | ۲    |
| ۱/۵  | <p>با کمک جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید:</p> <p><math>\sim (p \Rightarrow \sim q) \equiv p \wedge q</math></p>   | ۳    |
| ۱    | <p>با قوانین هم‌ارزی گزاره‌ها ثابت کنید.</p> <p><math>[(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q \equiv \text{True}</math></p>   | ۴    |
| ۱    | <p>نقیض گزاره سوری زیر را بنویسید.</p> <p><math>\exists x, y \in \mathbb{R} : x &gt; y \Rightarrow x^2 \leq y^2</math></p>  | ۵    |



مرکز نخبه آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

صفحه ۲ از ۲

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: آمار و احتمال

| ردیف | سؤال   | بارم |
|------|--|------|
| ۶    | اگر دو عضو به مجموعه متناهی A اضافه کنیم، به تعداد زیر مجموعه‌هایش ۳۸۴ عدد اضافه می‌شود. مجموعه A چند زیرمجموعه ۲ عضوی دارد؟   | ۱    |
| ۷    | به روش عضوگیری ثابت کنید اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ باشد، آنگاه $A \cap C \subseteq B \cap D$   | ۱    |
| ۸    | با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:<br>الف) $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$<br>ب) $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$  | ۲/۵  |
| ۹    | اگر $A = [-۲, ۴]$ و $B = (-۵, ۲]$ نمودار $A \times B$ و $B \times A$ را رسم کنید.  | ۱    |
| ۱۰   | از مجموعه $S = \{۱, ۲, ۳, \dots, ۱۰۰\}$ عددی را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. احتمال آن را حساب کنید که:<br>الف) عدد انتخابی بر ۳ یا ۵ بخش پذیر باشد.<br>ب) عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد.                            | ۲    |
| ۱۱   | یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال رخ دادن هر عدد متناسب با تعداد مقسوم‌علیه‌های آن عدد است. اگر تاس را پرتاب کنیم، با کدام احتمال عدد ظاهر شده مضرب ۳ است؟   | ۱/۵  |
| ۱۲   | در یک آزمایش تصادفی فضای نمونه به صورت $S = \{a, b, c\}$ است. اگر $P(\{a, b\}) = \frac{1}{4}$ و $P(\{a, c\}) = \frac{3}{5}$ باشد، احتمال وقوع هر یک از پیشامدهای ساده را حساب کنید.  | ۱/۵  |
| ۱۳   | اگر $P(A) = \frac{1}{4}$ ، $P(B') = \frac{2}{3}$ و $P(A \cup B) = \frac{3}{8}$ ، مقدار $P(A   B)$ را به دست آورید.   | ۱    |
| ۱۴   | سارا و سپیده هر کدام به احتمال $\frac{3}{4}$ و $\frac{3}{4}$ در دوره آموزش موسیقی شرکت می‌کنند. اگر سارا ثبت‌نام کند، سپیده به احتمال $\frac{7}{10}$ ثبت‌نام می‌کند. فرض کنید سارا ثبت‌نام نکرده است. با کدام احتمال سپیده هم ثبت‌نام نمی‌کند؟ | ۱/۵  |
|      | جمع باریم  | ۲۰   |



دفترچه پاسخنامه

# آمار و احتمال پایه یازدهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول



پاسخ سؤال ۱: (۱ نمره)

دو ستون آخر جدول زیر همانند هستند.

| p | q | $\sim p$ | $\sim q$ | $p \Rightarrow \sim q$ | $q \Rightarrow \sim p$ |
|---|---|----------|----------|------------------------|------------------------|
| د | د | ن        | ن        | ن                      | ن                      |
| د | ن | ن        | د        | د                      | د                      |
| ن | د | د        | ن        | د                      | د                      |
| ن | ن | د        | د        | د                      | د                      |

(۵/۰ نمره) (۵/۰ نمره)

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۸)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned}
 [(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q &\equiv [(\sim p \vee q) \wedge p] \Rightarrow q \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\
 &\equiv [(p \wedge \sim p) \vee (p \wedge q)] \Rightarrow q \quad (\text{نمره } ۰/۵) \\
 &\equiv \underbrace{(p \wedge q)}_F \Rightarrow q \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee q \equiv \underbrace{p \vee (\sim q \vee q)}_T \quad (\text{نمره } ۰/۵) \\
 &\equiv \sim p \vee T \equiv T \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)
 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۹)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

گزاره شرطی فقط وقتی نادرست است که از مقدم درست نتیجه نادرست بگیریم.

$$\begin{aligned}
 p \wedge \sim q \equiv T \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) &\Rightarrow p \equiv T, q \equiv F, s \equiv F \Rightarrow (q \vee \sim s) \Rightarrow \sim p \equiv (F \vee T) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\
 s \equiv F \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) &\quad (\text{نمره } ۰/۲۵)
 \end{aligned}$$

یعنی ارزش گزاره  $(q \vee \sim s) \Rightarrow \sim p$  نادرست است.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۹)

پاسخ سؤال ۴: (۲ نمره)

(۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره)

الف) درست، عدد ۳ - نقیض:  $\forall x \in \mathbb{R} : \frac{x+3}{y} \neq 0$  (نمره ۰/۲۵)

ب) نادرست، (نمره ۰/۲۵) نقیض: ۳ عددی فرد است و عدد  $\sqrt{2}$  گویا نیست.

(۲۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره) (۲۵/۰ نمره)

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

الف) تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر است با  $2^n$ :

$$\begin{aligned}
 2^{n+4} = 2^n + 120 &\Rightarrow 2^{n+4} - 2^n = 120 \Rightarrow 2^n(2^4 - 1) = 120 \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3 \\
 (\text{نمره } ۰/۲۵) &\quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)
 \end{aligned}$$

ب) یک مجموعه ۳ عضوی دارای ۵ افزایش است. (نمره ۰/۵)

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۲۵)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$x \in A \cap C \Rightarrow x \in A \wedge x \in C \xrightarrow{\frac{A \subseteq B}{C \subseteq D}} x \in B \wedge x \in D \Rightarrow x \in B \cap D$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۲۵)



پاسخ سؤال ۷: (۲/۵ نمره)

الف)  $(A \cup B) - C = (A \cup B) \cap C' = (A \cap C') \cup (B \cap C') = (A - C) \cup (B - C)$  (نمره ۰/۲۵)

ب)  $(A - B) \cup (B - A) = (A \cap B') \cup (B \cap A') = [(A \cap B') \cup B] \cap [(A \cap B') \cup A']$  (نمره ۰/۲۵)

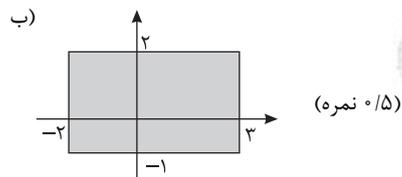
$= [(A \cup B) \cap \overline{(B \cup B')}] \cap [\overline{(A \cup A')} \cap (B' \cup A')] = (A \cup B) \cap (A' \cup B') = (A \cup B) - (A \cap B)$  (نمره ۰/۲۵)

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

الف)  $A \times B = B \times A \Rightarrow A = B \Rightarrow \begin{cases} x - 2y = 6 \\ x + 5y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow t = 3$  یا  $\begin{cases} x - 2y = 6 \\ x + 5y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{36}{7} \\ y = -\frac{3}{7} \end{cases} \Rightarrow t = -1$  (نمره ۰/۲۵)

(نمره ۰/۲۵)



(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۸)

پاسخ سؤال ۹: (۰/۵ نمره)

اگر بلندقدترین نفر آخر باشد، پس جایگاهش مشخص است و ۱۳ نفر بقیه به ۱۳! حالت می‌توانند به سالن وارد شوند؛ پس:

پیشامد اینکه بلندترین فرد آخرین نفری باشد که وارد سالن می‌شود: A

$P(A) = \frac{13!}{14!} = \frac{1}{14}$  (نمره ۰/۵)

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۷)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$  (نمره ۰/۵)

$\Rightarrow \frac{1}{4} = P(A) - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = P(A) \Rightarrow \frac{7}{12} = P(A) \Rightarrow P(A') = 1 - P(A) = \frac{5}{12}$  (نمره ۰/۵)

$P(A' \cup B) = 1 - P(A \cap B') = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  (نمره ۰/۵)

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۴)

پاسخ سؤال ۱۱: (۲ نمره)

الف)  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{[{}^3_3]}{[{}^{20}_3]} = \frac{66}{200}$  (نمره ۰/۵)

ب)  $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{[{}^7_3]}{[{}^{20}_3]} = \frac{21}{200}$  (نمره ۰/۲۵)

$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{[{}^3_1]}{[{}^{20}_3]} = \frac{9}{200}$  (نمره ۰/۲۵)

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{87}{200}$  (نمره ۰/۵)

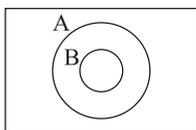
ج)  $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{66}{200} - \frac{9}{200} = \frac{57}{200}$  (نمره ۰/۵)

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۷)



پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

در حالت کلی  $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$ ، زیرا:



$$(A - B) \cup (A \cap B) = A \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow P[(A - B) \cup (A \cap B)] = P(A) \xrightarrow{\text{چون } A \cap B \text{ و } A - B \text{ جدا از هم هستند.}} P(A - B) + P(A \cap B) = P(A) \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\xrightarrow{\frac{B \subseteq A}{(A \cap B) = B}} P(A - B) + P(B) = P(A) \Rightarrow P(A - B) = P(A) - P(B) \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$P(\{1, 2, 3\}) = 3P(\{4, 5, 6\})$$

$$\begin{cases} P(4) = P(5) = P(6) = x \\ P(1) = P(2) = P(3) = 3x \end{cases} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\text{می‌دانیم } P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow 3x + 3x + 3x + x + x + x = 1$$

$$\Rightarrow 12x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$P(A) = P(2) + P(4) + P(6) = 3x + x + x = 5x = \frac{5}{12} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

$$\text{الف } S = \{\text{برد نیکا}, \text{برد هلسا}, \text{برد یکتا}\}$$

$$P(\text{برد نیکا}) = \frac{1}{3} P(\text{برد یکتا}) \Rightarrow P(\text{برد نیکا}) = \frac{1}{3} x$$

$$P(\text{برد هلسا}) = 2 P(\text{برد نیکا}) \Rightarrow P(\text{برد هلسا}) = \frac{2}{3} x$$

$$P(\text{برد نیکا}) + P(\text{برد هلسا}) + P(\text{برد یکتا}) = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} x + \frac{2}{3} x + x = 1 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} P(\text{برد نیکا}) = \frac{1}{6} \\ P(\text{برد هلسا}) = \frac{1}{3} \quad (\text{نمره } ۰/۵) \\ P(\text{برد یکتا}) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

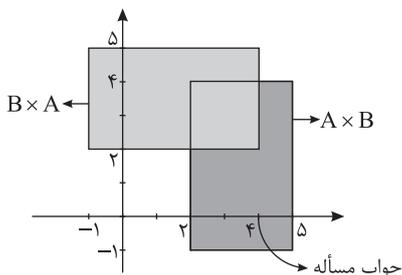
$$\text{ب } P(\text{برد نیکا}) + P(\text{برد هلسا}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۸)





پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)



$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \wedge y \in B\} = \{(x, y) | x \in [2, 5] \wedge y \in [-1, 4]\}$$

$$B \times A = \{(x, y) | x \in B \wedge y \in A\} = \{(x, y) | x \in [-1, 4] \wedge y \in [2, 5]\}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۵)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

اگر تعداد حالت‌های ممکن در هر بازی را سه حالت برد، باخت و تساوی در نظر بگیریم، پس در سه بازی ۲۷ حالت پیش می‌آید که در این ۲۷ حالت که در واقع سه تایی مرتب هستند، فقط در یک حالت هر سه برد برای یک تیم مشخص حاصل می‌شود. پس احتمال مورد نظر یک بیست و هفتم است.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۴)

پاسخ سؤال ۱۰: (هر مورد ۱ نمره)

الف)  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{[\frac{25}{7}]}{25} = \frac{35}{250}$  بخش پذیری بر ۷

ب)  $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{[\frac{25}{5}]}{25} = \frac{50}{250}$  بخش پذیری بر ۵

$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{[\frac{25}{35}]}{25} = \frac{7}{250}$  بخش پذیری بر ۵ و ۷

$\Rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{50}{250} - \frac{7}{250} = \frac{43}{250}$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۷)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

(نمره ۰/۵)

$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$  (نمره ۰/۲۵)

(نمره ۰/۵)

$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{2}{3} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow P(B - A') = \frac{1}{6}$  (نمره ۰/۲۵)

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۴)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$P(1) = k$

$P(2) = 2k$

$\vdots \rightarrow 21k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{21}$  (نمره ۱)

$P(6) = 6k$

$A = \{2, 3, 5\} \Rightarrow P(A) = 2k + 3k + 5k = 10k = \frac{10}{21}$  (نمره ۰/۵)

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۱)

پاسخ سؤال ۱۳: (۲ نمره)

الف)  $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$P(1) = (2(1) - 1)b = b$

$P(2) = (2(2) - 1)b = 3b$

$P(3) = (2(3) - 1)b = 5b$

$P(4) = (2(4) - 1)b = 7b$

$P(5) = (2(5) - 1)b = 9b$

$P(4) = 7b = \frac{7}{25}$  (نمره ۰/۲۵)

ب)  $P(3) + P(4) + P(5) = 21b = \frac{21}{25}$  (نمره ۰/۷۵)

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۸)



## پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

الف) و ب) جملات خبری هستند پس گزاره می‌باشند.

ج) سوالی است پس گزاره نیست.

د) تحسینی است پس گزاره نیست.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳)

## پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

الف) سور - گزاره

ب)  $\frac{4}{7}$ 

$$\begin{aligned} \frac{P(A)}{P(A')} = \frac{3}{4} &\Rightarrow \frac{1-P(A')}{P(A')} = \frac{3}{4} \\ &\Rightarrow 4 - 4P(A') = 3P(A') \\ &\Rightarrow P(A') = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۲۱)

## پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

| p | q | $\sim q$ | $p \Rightarrow \sim q$ | $\sim (p \Rightarrow \sim q)$ | $p \wedge q$ |
|---|---|----------|------------------------|-------------------------------|--------------|
| د | د | ن        | ن                      | د                             | د            |
| د | ن | د        | د                      | ن                             | ن            |
| ن | د | ن        | د                      | ن                             | ن            |
| ن | ن | د        | د                      | ن                             | ن            |

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۰)

## پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

$$\sim p \Rightarrow (q \vee r) \equiv F \longrightarrow \begin{cases} \sim p \equiv T & \longrightarrow p \equiv F \\ q \vee r \equiv F & \longrightarrow \begin{cases} q \equiv F \\ r \equiv F \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (q \vee \sim r) &\Leftrightarrow (p \wedge (q \Rightarrow r)) \\ &\equiv \underbrace{(F \vee T)}_T \Leftrightarrow \underbrace{(F \wedge (F \Rightarrow F))}_F \equiv F \end{aligned}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

## پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

$$\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x^2-1}{x-1} \neq x+1 \leftarrow \text{نقیض غلط}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x-3}{5} \neq 0 \leftarrow \text{نقیض درست}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۸)

## پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$\begin{aligned} 2^n + 48 &= 2^{n+2} \Rightarrow 2^n + 48 = 2^n \times 2^2 \\ &\Rightarrow 2^n + 48 = 4 \times 2^n \Rightarrow 4 \times 2^n - 2^n = 48 \\ &\Rightarrow 3 \times 2^n = 48 \\ &\Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow n = 4 \end{aligned}$$

تعداد زیرمجموعه ۲ عضوی مجموعه A،  $C(4, 2) = 6$  می‌باشد.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۲۱)



## پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$\text{فرض: } \begin{cases} A \subseteq B \Rightarrow \forall x; x \in A \Rightarrow x \in B \\ \text{و} \\ C \subseteq D \Rightarrow \forall x; x \in C \Rightarrow x \in D \end{cases}$$

$$\forall x; x \in A \cap C \Rightarrow \begin{cases} x \in A \xrightarrow{\text{فرض}} x \in B \\ \text{و} \\ x \in C \xrightarrow{\text{فرض}} x \in D \end{cases} \Rightarrow x \in B \wedge x \in D \Rightarrow x \in B \cap D$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۲۵)

## پاسخ سؤال ۸: (۲/۵ نمره)

$$\begin{aligned} 1) (A - B) \cup (B - A) &= (A \cap B') \cup (B \cap A') \\ &= [(A \cap B') \cup B] \cap [(A \cap B') \cup A'] \\ &= [(A \cup B) \cap (B' \cup B)] \cap [(A \cup A') \cap (B' \cup A')] \\ &= (A \cup B) \cap (A' \cup B') = (A \cup B) - (A \cap B) \\ 2) A - (B \cap C) &= A \cap (B \cap C)' = A \cap (B' \cup C') \\ &= (A \cap B') \cup (A \cap C') \\ &= (A - B) \cup (A - C) \end{aligned}$$

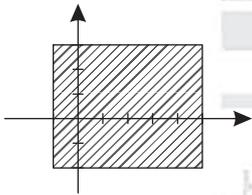
(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۸)

## پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} A &= \{-1, 0, 1\} \\ B &= \{-3, -1, 1\} \\ A \times B &= \{(-1, -3), (-1, -1), (-1, 1), (0, -3), (0, -1), (0, 1), (1, -3), (1, -1), (1, 1)\} \\ A^2 &= A \times A = \{(-1, -1), (-1, 0), (-1, 1), (0, -1), (0, 0), (0, 1), (1, -1), (1, 0), (1, 1)\} \\ A^2 - A \times B &= \{(-1, 0), (0, 0), (1, 0)\} \end{aligned}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۵)

## پاسخ سؤال ۱۰: (۰/۵ نمره)



(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۸)

## پاسخ سؤال ۱۱: (۰/۵ نمره)

پیشامد اینکه اولین کسی که وارد می شود، کوتاهترین قد را داشته باشد. A:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{13!}{14!} = \frac{1}{14}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۰)

## پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

$$P(A - B) = \underbrace{P(A) - P(A \cap B)}_{\text{اثبات}} \xrightarrow{\frac{B \subseteq A}{P(A \cap B) = P(B)}} P(A - B) = P(A) - P(B)$$

$$A = (A - B) \cup (A \cap B) \rightarrow P(A) = P((A - B) \cup (A \cap B)) = P(A - B) + P(A \cap B) - \underbrace{P((A - B) \cap (A \cap B))}_{=0 \text{ دو پیشامد } (A \cap B), (A - B) \text{ ناسازگارند}}$$

$$\Rightarrow P(A) = P(A - B) + P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۷)



## پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0,6 = 0,4 + 0,5 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0,9 - 0,6 = 0,3$$

$$\text{الف) } P(A - B) + P(B - A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = 0,4 - 0,3 + 0,5 - 0,3 = 0,3$$

$$\text{ب) } P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,6 = 0,4$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۴۷)

## پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

$$\text{بخش پذیری بر ۲: } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\left[ \frac{500}{2} \right]}{500} = \frac{250}{500}$$

$$\text{بخش پذیری بر ۵: } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\left[ \frac{500}{5} \right]}{500} = \frac{100}{500}$$

$$\text{بخش پذیری بر ۲ و ۵: } P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{\left[ \frac{500}{10} \right]}{500} = \frac{50}{500}$$

$$\text{الف) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{250}{500} + \frac{100}{500} - \frac{50}{500} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}$$

$$\text{ب) } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{250}{500} - \frac{50}{500} = \frac{200}{500} = \frac{2}{5}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۴۷)

## پاسخ سؤال ۱۵: (۲ نمره)

$$P(1) = k \quad / \quad P(2) = 2k \quad / \quad P(3) = 3k$$

$$P(4) = 4k \quad / \quad P(5) = 5k \quad / \quad P(6) = 6k$$

$$\Rightarrow k + 2k + 3k + 4k + 5k + 6k = 1 \Rightarrow 21k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{21}$$

$$\text{الف) } P(4 \text{ نیاید}) = 1 - \frac{4}{21} = \frac{17}{21}$$

$$\text{ب) } P(\text{بزرگتر از ۴ بیاید}) = \frac{5}{21} + \frac{6}{21} = \frac{11}{21}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۱)

## پاسخ سؤال ۱۶: (۱/۵ نمره)

$$P(x) + P(y) + P(z) = 1$$

$$P(\{x, y\}) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(x) + P(y) = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} + P(z) = 1 \Rightarrow P(z) = \frac{1}{3}$$

$$P(\{x, z\}) = \frac{1}{3} \Rightarrow P(x) + P(z) = \frac{1}{3} \xrightarrow{P(z) = \frac{1}{3}} P(x) + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$P(x) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow P(x) = \frac{1}{6}, P(y) = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۰)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

الف) ۹۰

$$\binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2} + \binom{6}{1} \binom{5}{1} \binom{4}{4} + \binom{6}{1} \binom{5}{2} \binom{3}{3} = 90$$

ب)  $\frac{2}{5}$

$$\frac{P(A)}{P(A)} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{P(A)}{1-P(A)} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3P(A) = 2 - 2P(A)$$

$$\Delta P(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{2}{5}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۲۱ و ۴۶)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۵ نمره)

| p | q | r | $p \wedge q$ | $q \Rightarrow r$ | $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ | $(p \wedge q) \Rightarrow r$ |
|---|---|---|--------------|-------------------|-----------------------------------|------------------------------|
| T | T | T | T            | T                 | T                                 | T                            |
| T | T | F | T            | F                 | F                                 | F                            |
| T | F | T | F            | T                 | T                                 | T                            |
| T | F | F | F            | T                 | T                                 | T                            |
| F | T | T | F            | T                 | T                                 | T                            |
| F | T | F | F            | F                 | T                                 | T                            |
| F | F | T | F            | T                 | T                                 | T                            |
| F | F | F | F            | T                 | T                                 | T                            |

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۸ تا ۱۲)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} (\sim [(p \wedge q) \vee \sim p]) \vee p &\equiv (\sim [(p \vee \sim p) \wedge (q \vee \sim p)]) \vee p \\ &\equiv (\sim (q \vee \sim p)) \vee p \\ &\equiv (\sim q \wedge p) \vee p \\ &\equiv p \end{aligned}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۷ تا ۱۳)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

با استفاده از عکس و نقیض ترکیب شرطی ثابت می کنیم. می دانیم  $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$ ، پس گزاره داده شده هم ارز است با: اگر  $n$  مضرب ۳ نباشد، آن گاه  $n^2$  مضرب ۳ نیست. پس:

$$n \neq 3k \Rightarrow \begin{cases} n = 3k + 1 \Rightarrow n = 3k + 1 \Rightarrow \begin{cases} n^2 = 9k^2 + 6k + 1 \\ n^2 = 3(3k^2 + 2k) + 1 \\ n^2 = 3m + 1 \end{cases} \\ n = 3k + 2 \end{cases}$$

پس  $n^2$  هم مضرب ۳ نیست و به همین ترتیب حالت دوم ثابت می شود.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۸)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

# پاسخنامه پیش آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰

س ل م

مجموعه مدارس سلام

پاسخنامه درس: آمار و احتمال

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

صفحه ۲ از ۳

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

فرض:  $A \subseteq B$

حکم:  $A \cup C \subseteq B \cup C$

$$\forall x; x \in A \cup C \Rightarrow x \in A \vee x \in C \xrightarrow{A \subseteq B} x \in B \vee x \in C \Rightarrow x \in B \cup C$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۲۵)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} 2^n + 56 &= 2^{n+2} \Rightarrow 2^{n+2} - 2^n = 56 \\ &\Rightarrow 2^n \times 2^2 - 2^n = 56 \\ 2^n(2^2 - 1) &= 56 \\ 2^n &= 8 \Rightarrow n = 3 \end{aligned}$$

مجموعه ۳ عضو ۵ افزایش دارد.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۱)

پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$\begin{aligned} (A \cup B) - C &= (A \cup B) \cap C' \\ &= (A \cap C') \cup (B \cap C') \\ &= (A - C) \cup (B - C) \end{aligned}$$

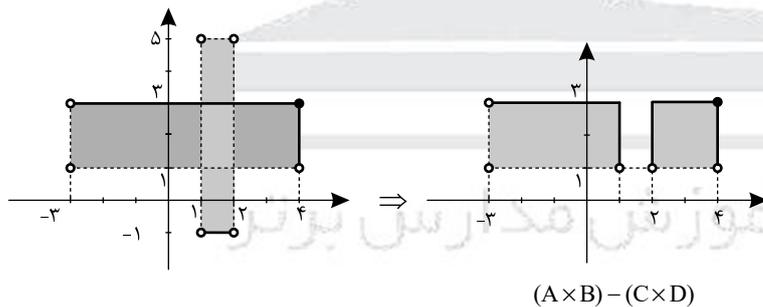
(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۱)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$\begin{cases} 3x - 2y + 1 = 2 \\ 3x + 4y + 1 = 5 \end{cases} \Rightarrow 6y = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۲۵)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)



(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۸)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} A &= \{\frac{1}{2}, 1, 2\} & B &= \{0, 1\} \\ A \times B &= \{(\frac{1}{2}, 0), (\frac{1}{2}, 1), (1, 0), (1, 1), (2, 0), (2, 1)\} \\ B^2 &= B \times B = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)\} \\ A \times B - B^2 &= \{(\frac{1}{2}, 0), (\frac{1}{2}, 1), (2, 0), (2, 1)\} \end{aligned}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۵)



## پاسخنامه پیش آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰

## پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

ابتدا ثابت می‌کنیم:  $P(B - A) = P(B) - P(B \cap A)$ اثبات:  $B = (B - A) \cup (B \cap A)$  ,  $(B - A) \cap (B \cap A) = \emptyset$ 

$$P(B) = P[(B - A) \cup (B \cap A)]$$

$$P(B) = P(B - A) + P(B \cap A)$$

$$P(B) - P(B \cap A) = P(B - A)$$

حال از آنجا که  $B \cap A = A \Leftrightarrow A \subseteq B$  پس داریم:

$$P(B) - P(A) = P(B - A)$$

$$0 \leq P(B - A) \leq 1$$

$$\Rightarrow 0 \leq P(B) - P(A) \leq 1$$

$$\Rightarrow P(A) \leq P(B) \leq 1 + P(A)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۷)

## پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

پیشامد اینکه عدد انتخاب شده مضرب ۶ باشد: A:

پیشامد اینکه عدد انتخاب شده بر ۵ بخش پذیر باشد: B:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{\left[ \frac{208}{6} \right] - \left[ \frac{47}{6} \right]}{161} + \frac{\left[ \frac{208}{5} \right] - \left[ \frac{47}{5} \right]}{161} - \frac{\left[ \frac{208}{30} \right] - \left[ \frac{47}{30} \right]}{161}$$

$$= \frac{34-7}{161} + \frac{41-9}{161} - \frac{6-1}{161}$$

$$= \frac{54}{161}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۷)

## پاسخ سؤال ۱۳: (۲ نمره)

$$۱) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \left(1 - \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{13}{15}$$

$$۲) P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$$

$$۳) P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۷)

## پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

$$P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) + P(۶) = 1$$

$$\Rightarrow ۳x + ۴x + ۵x + ۶x + ۷x + ۸x = 1$$

$$\Rightarrow ۳۳x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{۳۳}$$

$$\Rightarrow P(k) = (k+2) \cdot \frac{1}{۳۳}$$

$$\Rightarrow P(\{۲, ۳, ۵\}) = P(۲) + P(۳) + P(۵)$$

$$= \frac{4}{۳۳} + \frac{5}{۳۳} + \frac{7}{۳۳} = \frac{16}{۳۳}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۰)

## پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۵ نمره)

$$\left. \begin{aligned} P(a_۱) + P(a_۲) &= \frac{2}{7} \\ P(a_۱) + P(a_۲) + P(a_۳) + P(a_۴) &= \frac{3}{5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(a_۳) + P(a_۴) = \frac{3}{5} - \frac{2}{7} = \frac{11}{۳۵}$$

$$C = \{a_۱, a_۲, a_۳\} \Rightarrow C' = \{a_۳, a_۴\}$$

$$P(C') = P(a_۳) + P(a_۴) = \frac{11}{۳۵}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۰)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) درست، زیرا چون  $(x-1)^2 \geq 0$ ,  $(x^2 - y^2)^4 \geq 0$  هستند، زمانی جمع آنها صفر است که هر کدام برابر صفر باشند. در نتیجه:

$$\begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x^2 - y^2 = 0 \Rightarrow 1 - y^2 = 0 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} y = 1 \end{cases}$$

ب) نادرست، به بررسی گزاره داده شده می پردازیم:

$$\begin{aligned} & [(\sim p \wedge q) \vee \sim(p \vee q)] \wedge p \\ \equiv & [(\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)] \wedge p \equiv [\sim p \wedge (q \vee \sim q)] \wedge p \equiv \sim p \wedge p \equiv F \end{aligned}$$

ج) نادرست است. ترجمه گزاره به صورت زیر است:

«عدد حقیقی مانند X وجود دارد که از همه اعداد حقیقی کوچکتر است.» و می دانیم چنین عددی وجود ندارد.

د) درست. به ازای  $x=1$  عبارت مورد نظر صفر است که در دامنه متغیر است.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۳ و ۵ تا ۱۳)

پاسخ سؤال ۲: (۲ نمره)

| p | q | r | $p \Rightarrow q$ | $r \Rightarrow q$ | $(p \Rightarrow q) \vee (r \Rightarrow q)$ | $p \wedge r$ | $(p \wedge r) \Rightarrow q$ |
|---|---|---|-------------------|-------------------|--|--------------|------------------------------|
| د | د | د | د                 | د                 | د  | د            | د                            |
| د | د | ن | د                 | د                 | د  | ن            | د                            |
| د | ن | د | ن                 | ن                 | ن  | د            | ن                            |
| د | ن | ن | ن                 | د                 | د  | ن            | د                            |
| ن | د | د | د                 | د                 | د  | ن            | د                            |
| ن | د | ن | د                 | د                 | د  | ن            | د                            |
| ن | ن | د | د                 | ن                 | د  | ن            | د                            |
| ن | ن | ن | د                 | د                 | د  | ن            | د                            |

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۷)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

چون  $p \Rightarrow q$  نادرست است. بنابراین p درست و q نادرست است و r نیز می تواند درست یا نادرست باشد. بنابراین می توانیم جدول زیر را رسم کنیم:

| p | q | r | $\sim q$ | $r \Leftrightarrow p$ | $\sim q \wedge (r \Leftrightarrow p)$ |
|---|---|---|----------|-----------------------|---------------------------------------|
| د | ن | د | د        | د                     | د                                     |
| د | ن | ن | د        | ن                     | ن                                     |

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۶ تا ۱۱)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$$(p \Rightarrow q) \wedge p \equiv (\sim p \vee q) \wedge p \equiv \underbrace{(\sim p \wedge p)}_F \vee (q \wedge p) = q \wedge p$$

$$\text{پس } (q \wedge p) \Rightarrow q \equiv (q \wedge p) \vee q \equiv (\sim q \vee \sim p) \vee q \equiv (\sim q \vee q) \vee \sim p \equiv T \vee \sim p \equiv T$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۶ تا ۱۱)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

اگر صورت سؤال را به صورت گزاره ریاضی بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\forall x; p \Rightarrow q$$

که نقیض عبارت فوق به صورت:

$$\exists x; \sim(p \Rightarrow q)$$

$$\exists x; p \wedge \sim q$$

خواهد بود. بنابراین نقیض عبارت فوق به صورت: «دانش آموزی وجود دارد که آزمون آمار و احتمال کنسل شود و خوشحال شود.» است.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۷ تا ۹)



## پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

$$\begin{aligned} \text{طرف اول: } & ((A \cup B) - C) \cup (B \cap C) = ((A \cup B) \cap C') \cup (B \cap C) \\ & = ((A \cap C') \cup (B \cap C')) \cup (B \cap C) = (A \cap C') \cup (B \cap \underbrace{(C' \cup C)}_B) \end{aligned}$$

$$= (A \cap C') \cup B = (A - C) \cup B \quad \text{طرف دوم}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

## پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} 2^{n+2} - 2^{n-2} = 1984 & \Rightarrow 2^n \times 2^2 - 2^n \times 2^{-2} = 1984 \\ \Rightarrow 2^n (4 - \frac{1}{4}) = 1984 & \Rightarrow 2^n \times \frac{15}{4} = 1984 \Rightarrow 2^n = \frac{1984 \times 4}{15} = 512 = 2^9 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow n = 9 \Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌های سره غیر تهی} = 2^9 - 1 - 1 = 510$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۳)

## پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$A \neq \emptyset \Rightarrow \exists a \in A$$

$$B \neq \emptyset \Rightarrow \exists b \in B$$

$$\forall x \in A \quad (x, b) \in A \times B \xrightarrow{\text{فرض}} (x, b) \in B \times A \Rightarrow x \in B$$

$$\text{پس } A \subseteq B$$

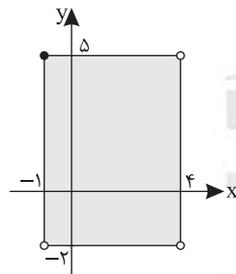
$$\forall y \in B \quad (a, y) \in A \times B \xrightarrow{\text{فرض}} (a, y) \in B \times A \Rightarrow y \in A$$

$$\text{پس } B \subseteq A$$

$$\text{پس } A = B$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۲)

## پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)



(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۳۱)

## پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{\binom{200}{4} - (\binom{200}{20} + \binom{200}{18}) - \binom{200}{14}}{200} \\ \Rightarrow \frac{50 - (10 + 7 - 1)}{200} &= \frac{34}{200} = \frac{17}{100} = 0,17 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۳)

## پاسخ سؤال ۱۱: (۵/۵ نمره)

ده نفر به ۱۰! حالت می‌توانند سخنرانی کنند پس  $n(S) = 10!$  و چون آقای احمدی آخرین سخنران است پس ۹ نفر قبل از او به ۹! حالت می‌توانند برای سخنرانی انتخاب شوند پس:  $n(A) = 9!$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9!}{10!} = \frac{1}{10}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۳)



## پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} p(\text{ناحیه اول}) &= 4b \\ p(\text{ناحیه دوم}) &= 7b \\ p(\text{ناحیه سوم}) &= 10b \Rightarrow p(\text{کل}) = 1 \\ p(\text{ناحیه چهارم}) &= 13b \end{aligned}$$

$$4b + 7b + 10b + 13b = 1 \Rightarrow 34b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{34}$$

$$p(\text{ناحیه سوم}) = \frac{10}{34} = \frac{5}{17}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۴۷)

## پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$p(2) = p(3) = p(5) = 2p(1)$$

$$p(4) = p(2) = 2p(1)$$

$$p(6) = p(1) = k$$

$$\Rightarrow k + 2k + 2k + 2k + 2k + 2k = 1$$

$$13k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{13}$$

$$p(\text{بزرگتر از ۴}) = p(5) + p(6) = \frac{2}{13} + \frac{1}{13} = \frac{3}{13}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۴۷)

## پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} &(6, 3) \\ \text{الف)} &\begin{pmatrix} (5, 4) \\ (4, 5) \\ (3, 6) \end{pmatrix} \Rightarrow p(\text{الف}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{ب)} \begin{pmatrix} (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5) \\ (1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6) \end{pmatrix} \Rightarrow p(\text{ب}) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۵۰)

## پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۵ نمره)

$$p(A) = 0.4$$

$$p(M) = 0.3$$

$$p(M|A) = 0.7 \Rightarrow \frac{p(A \cap M)}{p(A)} = 0.7 \Rightarrow p(A \cap M) = 0.28$$

$$p(M'|A') = \frac{p(A' \cap M')}{p(A')} = \frac{1 - p(A \cup M)}{1 - p(A)} = \frac{1 - (p(A) + p(M) - p(A \cap M))}{1 - p(A)}$$

$$= \frac{1 - (0.4 + 0.3 - 0.28)}{0.6} = \frac{0.58}{0.6} = \frac{29}{30}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۴۸ تا ۵۱)



پاسخ سؤال ۱: (۱/۵ نمره)

- الف) گزاره است. (ارزش آن مشخص نیست ولی ارزش آن فردا مشخص می شود).  
 ب) گزاره نیست.  
 ج) گزاره است. ارزش درست  
 د) گزاره نیست

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۲)

پاسخ سؤال ۲: (۲ نمره)

| p | q | $\sim p$ | $\sim q$ | $p \vee q$ | $(p \vee q) \wedge \sim p$ | $[(p \vee q) \wedge \sim p] \vee \sim q$ | $\sim p \vee \sim q$ |
|---|---|----------|----------|------------|----------------------------|--|----------------------|
| د | د | ن        | ن        | د          | ن                          | ن  | ن                    |
| د | ن | ن        | د        | د          | ن                          | د  | د                    |
| ن | د | د        | ن        | د          | د                          | د  | د                    |
| ن | ن | د        | د        | ن          | ن                          | د  | د                    |

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۷)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned}
 p \Leftrightarrow q &\equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \\
 &\equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \equiv [(\sim p \vee q) \wedge \sim q] \vee [(\sim p \vee q) \wedge p] \\
 &\equiv [(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim q \wedge q)] \vee [(\sim p \wedge p) \vee (q \wedge p)] \\
 &\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \\
 &\equiv \sim(p \vee q) \vee (p \wedge q)
 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۰)

پاسخ سؤال ۴: (۲ نمره)

الف)  $\exists x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad x + y \neq 5$

ب) حداقل یک دبیرستان وجود دارد که در آن دبیرستان ۵ کلاس یا کمتر وجود دارد.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$$\begin{aligned}
 2^{n+3} &= 2^n + 112 \quad 2^n = x \\
 \Rightarrow 2^n \times 2^3 &= 2^n + 112 \Rightarrow 8m = m + 112 \Rightarrow 7m = 112 \Rightarrow m = 16
 \end{aligned}$$

$$2^n = 16 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow \binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۳)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

الف) اگر برای هر عضو ۲ حق انتخاب در نظر بگیریم، اعداد اول و عدد ۱ فقط یک حق انتخاب دارند؛

$$\{1 \times 1 \times 1\} = 8 \text{ حالت}$$

ب) حالت های زیر را در نظر بگیرید:

$$\{1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1\} = 64$$

$$\{1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1\} = 16$$

$$\{1 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1\} = 4$$

$$\{1 \times 1\} = 1$$

جمعاً ۸۵ زیرمجموعه وجود دارد.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۱۶ و ۱۷)



پاسخ سؤال ۷: (۲ نمره)

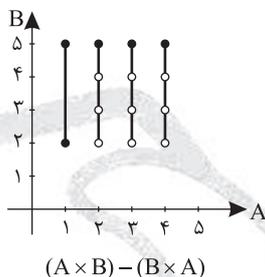
$$\begin{aligned} \text{الف)} & (A' \cap B) \cup \frac{((B \cap A) \cap B) \cap (B \cup A)}{(A \cap B)} \\ & = (A' \cap B) \cup (A \cap B) = B \cap \underbrace{(A' \cup A)}_U = B \\ \text{ب)} & [(A \cup B) \cap A'] \cup (A \cap B) = ((A' \cap B) \cup \underbrace{(A' \cap A)}_{\emptyset}) \cup (A \cap B) \Rightarrow (A' \cap B) \cup (A \cap B) = B \cap \underbrace{(A' \cup A)}_U = B \end{aligned}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۴)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2, 5\}$$



(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۳۱ تا ۳۴)

پاسخ سؤال ۹: (۲ نمره)

$$A \rightarrow 3 \text{ مضرب}$$

$$B \rightarrow 5 \text{ مضرب}$$

$$\text{الف)} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{[\frac{3 \times 100}{1000}] + [\frac{5 \times 100}{1000}] - [\frac{15 \times 100}{1000}]}{1000} = \frac{66}{1000} + \frac{40}{1000} - \frac{13}{1000} = \frac{93}{1000}$$

$$\text{ب)} P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{66}{1000} - \frac{13}{1000} = \frac{53}{1000}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۴۰ تا ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$p(A' \cap B') = p((A \cup B)') = 1 - p(A \cup B) = 1 - [p(A) + p(B) - p(A \cap B)]$$

$$= 1 - p(A) - p(B) + p(A \cap B)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۴۰ تا ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

$$P(\{e_1, e_2\}) = P(\{e_1\}) + P(\{e_2\}) = \frac{1}{3} \frac{P(\{e_1\}) = \frac{1}{6}}{\frac{1}{6}} \rightarrow P(\{e_1\}) = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$P(\{e_1, e_3\}) = P(\{e_1\}) + P(\{e_3\}) = \frac{1}{3} \frac{P(\{e_1\}) = \frac{1}{6}}{\frac{1}{6}} \rightarrow P(\{e_1\}) = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$P(\{e_1\}) + P(\{e_2\}) + P(\{e_3\}) + P(\{e_4\}) = 1 \Rightarrow P(\{e_1\}) + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1 \Rightarrow P(\{e_1\}) = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۴)

پاسخ سؤال ۱۲: (۵/۱ نمره)

$$p(x) + p(y) + p(z) = 1 \text{ می دانیم و } \begin{cases} p(y) = p(x) + \frac{1}{4} \\ p(z) = p(x) + \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$p(x) + p(x) + \frac{1}{4} + p(x) + \frac{1}{4} = 1$$



$$3p(x) + \frac{x}{4} = 1 \Rightarrow 3p(x) = \frac{1}{4} \Rightarrow p(x) = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow p(y) = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow p(z) = \frac{1}{12} + \frac{x}{4} = \frac{y}{12}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۷)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)

$$S_{\text{جدید}} = \{(پ پ پ) (پ پ ر) (پ پ ر) (پ ر پ) (پ ر پ) (پ ر ر) (ر پ پ) (ر پ ر) (ر ر پ) (ر ر ر)\}$$

حداقل یک بار  
پشت آمده

$$A = \{(پ ر ر) (ر پ ر) (ر ر پ)\}$$

$$p(A) = \frac{3}{7}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۰)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

می دانیم:

$$p(A - B) = p(A) - p(A \cap B)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{4} - p(A \cap B)$$

$$\Rightarrow p(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

$$p(B | A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۰)





پاسخ سؤال ۱: (۱ نمره)

| p | q | $p \Rightarrow q$ | $\sim(p \Rightarrow q)$ | $\sim q$ | $p \wedge \sim q$ |
|---|---|-------------------|-------------------------|----------|-------------------|
| د | د | د                 | ن                       | ن        | ن                 |
| د | ن | ن                 | د                       | د        | د                 |
| ن | د | د                 | ن                       | ن        | ن                 |
| ن | ن | د                 | ن                       | د        | ن                 |

(۵/۵ نمره)

(۵/۵ نمره)

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۷)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۵ نمره)

$$\sim((p \Rightarrow q) \Rightarrow q) \Rightarrow \sim p \equiv \sim(\sim(p \Rightarrow q) \vee q) \Rightarrow \sim p \equiv [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\equiv [(\sim p \vee q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p \equiv [(\sim q \wedge q) \vee (\sim q \wedge \sim p)] \Rightarrow \sim p \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\equiv (\sim q \wedge \sim p) \Rightarrow \sim p \equiv \sim(\sim q \wedge \sim p) \vee \sim p \equiv (q \vee p) \vee \sim p \equiv q \vee (p \vee \sim p) = T \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۶ تا ۱۱)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۲۵ نمره)

$$(p \wedge q) \Rightarrow \sim r \equiv F$$

پس  $p \wedge q$  درست است و  $\sim r$  نادرست است.

$$(p \vee r) \Rightarrow \sim q \equiv (T \vee T) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

پس  $p$  درست و  $q$  درست و  $r$  درست هستند. (نمره ۰/۷۵)

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۶ تا ۱۱)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

الف) بعضی از اعداد اول وجود دارند که (۲۵/۰ نمره) فرد نیستند. (۲۵/۰ نمره) (زوج هستند)

ب)

$$\sim(\exists x \in \mathbb{R}; (x^2 + 1 > 0 \Rightarrow x \leq 1)) \equiv \forall x \in \mathbb{R}; (x^2 + 1 > 0 \wedge x > 1) \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

حالت های مختلف را می نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} \{1, \dots, 5\} \Rightarrow 2^3 = 8 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ \{2, \dots, 5, 6\} \Rightarrow 2^2 = 4 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ \{3, \dots, 5, \dots, 7\} \Rightarrow 2^2 = 4 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ \{4, 5, \dots, 8\} \Rightarrow 2^2 = 4 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ \{5, \dots, 9\} \Rightarrow 2^3 = 8 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+} 28 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۴)

پاسخ سؤال ۶: (۰/۷۵ نمره)

$$\frac{x \in B' \Rightarrow x \notin B}{(نمره ۰/۲۵)} \xrightarrow{A \subseteq B} \frac{x \notin A}{(نمره ۰/۲۵)} \Rightarrow \frac{x \in A'}{(نمره ۰/۲۵)} \Rightarrow B' \subseteq A'$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۸)

پاسخ سؤال ۷: (۲ نمره)

$$\begin{aligned} (A - B) \cup (B - A) &= (A \cap B') \cup (B \cap A') \quad (\text{نمره } ۰/۵) \\ &= \frac{[(A \cap B') \cup B] \cap [(A \cap B') \cup A]}{(نمره ۰/۲۵)} = \frac{(B \cup B') \cap (B \cup A)}{U} \cap \frac{((A' \cup B') \cap (A' \cup A))}{U} \\ &= (A \cup B) \cap (A' \cup B') = \frac{(A \cup B) \cap (A \cap B')}{(نمره ۰/۲۵)} = \frac{(A \cup B) - (A \cap B)}{(نمره ۰/۲۵)} \end{aligned}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۲۳ تا ۲۸)



## پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$A = \{-1, 0, 1\}$$

$$B = \{-3, -1, 1\}$$

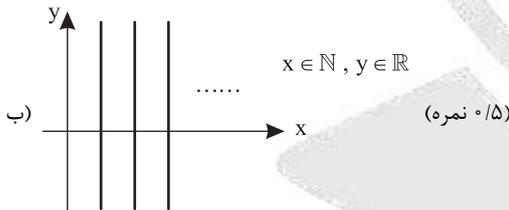
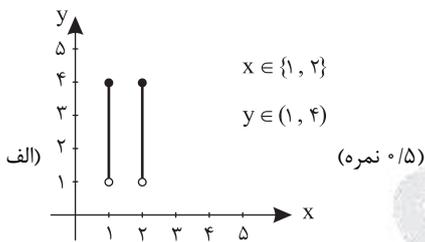
$$A^2 = A \times A = \{(-1, -1), (-1, 0), (-1, 1), (0, -1), (0, 0), (0, 1), (1, -1), (1, 0), (1, 1)\} \text{ (نمره } 0/5)$$

$$A \times B = \{(-1, -3), (-1, -1), (-1, 1), (0, -3), (0, -1), (0, 1), (1, -3), (1, -1), (1, 1)\} \text{ (نمره } 0/5)$$

$$A^2 - A \times B = \{(-1, 0), (0, 0), (1, 0)\} \text{ (نمره } 0/5)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۰)

## پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)



(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۳۱، ۳۲ و ۳۴)

## پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

$$P(A \cup B') - P(A \cap B') = \frac{3}{10} \Rightarrow P(A) + P(B') - P(A \cap B') - P(A \cap B') = \frac{3}{10}$$

(نمره ۰/۵)

$$P(A) + P(B') - 2P(A \cap B') = \frac{3}{10} \Rightarrow P(A) + 1 - P(B) - 2(P(A) - P(A \cap B)) = \frac{3}{10}$$

$$P(A) - P(B) + 1 - 2P(A) + 2P(A \cap B) = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{1 - P(A)}{P(A)} - P(B) + 2P(A \cap B) = \frac{3}{10}$$

$$\frac{1}{2} - P(B) + 2 \times \frac{2}{10} = \frac{3}{10} \Rightarrow P(B) = \frac{6}{10} \text{ (نمره } 0/5)$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{6}{10} - \frac{2}{10} = \frac{4}{10} \text{ (نمره } 0/5)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۳۰ تا ۳۳)

## پاسخ سؤال ۱۱: (۲ نمره)

A: اعدادی که بر ۳ بخش پذیرند.

B: اعدادی که بر ۵ بخش پذیرند.

$$\text{الف) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{[\overset{1}{\underset{0}{\dots}}]}{3} + \frac{[\overset{1}{\underset{0}{\dots}}]}{5} - \frac{[\overset{1}{\underset{0}{\dots}}]}{15}$$

$$= \frac{333}{1000} + \frac{200}{1000} - \frac{66}{1000} = \frac{467}{1000} \text{ (نمره } 1/5)$$

$$\text{ب) } P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{[\overset{1}{\underset{0}{\dots}}]}{3} - \frac{[\overset{1}{\underset{0}{\dots}}]}{15} = \frac{333}{1000} - \frac{66}{1000} = \frac{267}{1000} \text{ (نمره } 0/5)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۳)



## پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

$$p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1$$

$$a + 4a + 9a + 16a + 25a + 36a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{91} \text{ (نمره } \cdot / 75)$$

$$p(\{2, 3, 5\}) = 4a + 9a + 25a = 38a = \frac{38}{91} \text{ (نمره } \cdot / 75)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

## پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$P(A) = 2P(B)$$

$$P(B) = 2P(C)$$

$$P(C) = t \Rightarrow P(B) = 2t \Rightarrow P(A) = 4t$$

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1 \Rightarrow 4t + 2t + t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{7} \text{ (نمره } \cdot / 75)$$

$$\Rightarrow P(B) = 2t = \frac{2}{7} \Rightarrow P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7} \text{ (نمره } \cdot / 75)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۴)

## پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

$$\text{الف) } P(B) = \frac{6!}{7!} = \frac{1}{7} \text{ (نمره } \cdot / 5)$$

$$\text{ب) } P(B|A) = \frac{P(\overbrace{A \cap B}^B)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{7}} = \frac{2}{7} \text{ (نمره } \cdot 1)$$

اولی از دومی بلندتر باشد

اولی بلندترین باشد

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۱)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

الف)  $2^n$  (ب) مجموعه توانی (ج) فضای نمونه - برآمد

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۴، ۱۷، ۳۹ و ۴۰)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۰/۵ نمره)

الف) گزینه ۳ (ب) گزینه ۱ (ج) گزینه ۴ (د) گزینه ۱  
ه) گزینه ۱ (و) گزینه ۳ (ز) گزینه ۴ (ح) گزینه ۱

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۲، ۴، ۲۳، ۳۲ و ۴۱)

پاسخ سؤال ۳: (۲ نمره)

به کمک جدول:

| کل گزاره | $p \wedge q$ | $\sim(p \Rightarrow q)$ | $p \Rightarrow q$ | q | p |
|----------|--------------|-------------------------|-------------------|---|---|
| د        | د            | ن                       | د                 | د | د |
| د        | ن            | د                       | ن                 | ن | د |
| ن        | ن            | ن                       | د                 | د | ن |
| ن        | ن            | ن                       | د                 | ن | ن |

$\sim(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \vee (p \wedge q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv p \wedge (\sim q \vee q) \equiv p \wedge T \equiv p$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۴ تا ۱۰)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

نادرست است. زیرا  $x = -2$  مثال نقض آن است. (۰/۵ نمره)

نقیض:  $\exists x(-\infty, 0); x - \frac{1}{x} > -2$   
(۰/۲۵ نمره) (۰/۲۵ نمره)

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۵)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۲۵ نمره)

(۱ نمره)  $2^{n+2} - 2^n = 48 \Rightarrow 2^n \times 2^2 - 2^n = 48 \Rightarrow 2^n(4-1) = 48 \Rightarrow 2^n(3) = 48 \Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow 2^n = 2^4 \Rightarrow n = 4$

(۰/۲۵ نمره)  $2^n - 1 = 2^4 - 1 = 15$  تعداد زیرمجموعه های محض

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۷)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

الف)  $\forall x \in B' \Rightarrow x \notin B \xrightarrow{A \subseteq B} x \notin A \Rightarrow x \in A': B' \subseteq A'$

ب)  $\forall x \in A \cap C \Rightarrow x \in A \wedge x \in C \xrightarrow{A \subseteq B} x \in B \wedge x \in C \Rightarrow x \in B \cap C: A \cap C \subseteq B \cap C$

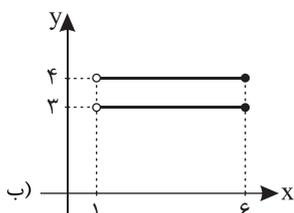
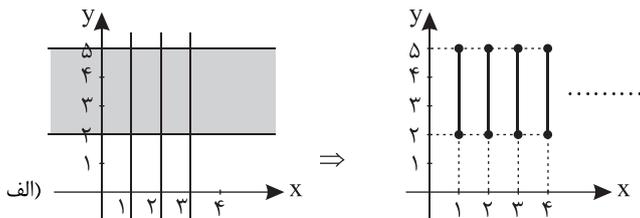
(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۱۸ تا ۲۰)

پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$[A \cup (B' \cap A)] \cap [(A' \cap B) \cap (A \cup B)] = A \cap [((A' \cap B) \cap A) \cup ((A' \cap B) \cap B)] = A \cap [(A' \cap B) \cap B] = A \cap (A' \cap B) = \emptyset$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۲۱ تا ۲۹)

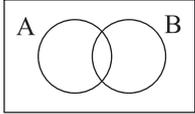
پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)



(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۳۰ و ۳۱)



پاسخ سؤال ۹: (۱/۲۵) (نمره)



$$(A-B) \cup (A \cap B) = A \xrightarrow[\text{جدا از هم هستند}]{\substack{\text{نمره } ۰/۲۵ \\ (A \cap B), (A-B)}} P(A-B) + P(A \cap B) = P(A)$$

$$\Rightarrow P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) \xrightarrow[\text{نمره } ۰/۲۵]{\substack{B \subseteq A \\ A \cap B = B}} P(A-B) = P(A) - P(B)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵) (نمره)

پیشامد A را بخش پذیری بر ۲ و پیشامد B را بخش پذیری بر ۳ می نامیم:

$$\text{الف) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{[100]}{100} + \frac{[100]}{100} - \frac{[100]}{100} = \frac{50}{100} + \frac{33}{100} - \frac{16}{100} = \frac{67}{100} \text{ (نمره } ۰/۷۵)$$

$$\text{ب) } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{[100]}{100} - \frac{[100]}{100} = \frac{50}{100} - \frac{16}{100} = \frac{34}{100} \text{ (نمره } ۰/۷۵)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱) (نمره)

$$P(A') + P(B') = 1 \Rightarrow 1 - P(A) + 1 - P(B) = 1$$

$$P(A) + P(B) = 0.9 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.9 - 0.1 \Rightarrow P(A \cup B) = 0.8$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵) (نمره)

$$S: \{A, B, C\}$$

$$\text{الف) } \left. \begin{aligned} P(A) &= \frac{1}{4} P(B) \\ P(B) &= \frac{1}{3} P(C) \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A) + P(B) + P(C) = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} P(B) + P(B) + 3P(B) = 1 \Rightarrow \frac{9}{4} P(B) = 1 \Rightarrow P(B) = \frac{4}{9}, P(C) = \frac{8}{9}, P(A) = \frac{1}{9}$$

$$\text{ب) } P(\{B, C\}) = P(B) + P(C) = \frac{4}{9} + \frac{8}{9} = \frac{12}{9}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۴۴)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱) (نمره)

فرض کنید پیشامد A یعنی تاس سبز ۶ بیاید و پیشامد B یعنی مجموع دو تاس ۱۰ شود پس در این سؤال  $P(A|B)$  خواسته شده است.

$$P(A|B) = \frac{1}{3}$$

$$B = \{(4, 6), (5, 5), (6, 4)\} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{36}$$

$$A \cap B = \{(6, 4)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{3}{36}} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۱)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱) (نمره)

$$P(A|B) = 0.6 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0.6 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{0.5} = 0.6 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.3$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.3}{0.4} = \frac{3}{4}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۰)

| سرگروه     | گروه طراحی و بازنگاری (به ترتیب حروف الفبا) | ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا) |
|------------|---|----------------------------------|
| زهرا مبینی | سوگند روشنی - مهدی سلمانی - محمدرضا میبیدی  | محمدحسین جمالی - ابوالفضل فروغی  |

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسبه مرزبان



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) احتمال

$$x^2 - 1 = 3 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x^4 = 16$$

$$x^4 - y = 5 \Rightarrow 16 - y = 5 \Rightarrow y = 11$$

ب) ۱۱

همچنین:

بنابراین  $y = 11$  است.

ج) درست، کافی است عبارت داده شده را به صورت زیر ساده کنیم:

$$\begin{aligned} [(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p &\equiv [(\sim p \vee q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p \equiv [(\sim p \vee q) \wedge \sim q] \vee \sim p \equiv [(p \wedge \sim q) \vee q] \vee \sim p \\ &\equiv \underbrace{[(q \vee \sim q) \wedge (q \vee p)]}_{\text{T}} \vee \sim p \equiv (q \vee p) \vee \sim p \equiv q \vee \underbrace{(p \vee \sim p)}_{\text{T}} \equiv \text{T} \end{aligned}$$

د) مجموعه داده شده ۳ عضو دارد و در نتیجه مجموعه توان آن  $2^3 = 8$  عضو دارد.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۵ تا ۹، ۱۷، ۳۴ و ۳۶)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) گزینه ۲

$$۱) \underbrace{(r \Rightarrow \sim q)}_{\text{د}} \wedge \underbrace{(p \Rightarrow \sim q)}_{\text{د}} \equiv \text{T}$$

$$۲) \underbrace{(\sim q \vee r)}_{\text{د}} \Rightarrow \underbrace{(r \wedge \sim p)}_{\text{ن}} \equiv \text{F}$$

$$۳) \underbrace{\sim(q \vee p)}_{\text{ف}} \Rightarrow \sim r \equiv \text{T}$$

$$۴) \underbrace{(p \Rightarrow q)}_{\text{ن}} \Leftrightarrow \underbrace{q}_{\text{ن}} \equiv \text{T}$$

ب) گزینه ۲

$$(A' \cap B) - A' = (A' \cap B) \cap A = (A' \cap A) \cap B = \emptyset \xrightarrow{\text{متمم}} \text{متمم} = U$$

ج) گزینه ۳

$$A = \{2, 3, 4, 5\}$$

۱) مثال نقض  $x = 5$ : نادرست

۲) مثال نقض  $x = 2$ : نادرست

۳) درست:  $x = 2 \Rightarrow -2 + 3 \geq 1$

۴) نادرست:  $\sqrt{2} < \sqrt{x} < \sqrt{5}$

د) گزینه ۱

$$2^{7-2-1} = 2^4 = 16$$

ه) گزینه ۱

$$A - \underbrace{(B \cap C)}_{\text{رخ نمی دهد}}, B \text{ رخ دهد}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۳ تا ۱۱، ۱۶، ۱۷، ۲۱ تا ۲۹ و ۳۷ تا ۴۱)

پاسخ سؤال ۳: (هر ستون ۲۵/۰ نمره)

| p | q | $\sim q$ | $p \Rightarrow \sim q$ | $\sim(p \Rightarrow \sim q)$ | $p \wedge q$ |
|---|---|----------|------------------------|------------------------------|--------------|
| د | د | ن        | ن                      | د                            | د            |
| د | ن | د        | د                      | ن                            | ن            |
| ن | د | ن        | د                      | ن                            | ن            |
| ن | ن | د        | د                      | ن                            | ن            |

هم ارز

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۵)



پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q \equiv [(\sim p \vee q) \wedge (p \vee q)] \Leftrightarrow q \equiv [(\sim p \wedge p) \vee q] \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow q \equiv \text{True} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۷ تا ۱۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$$\forall x, y \in \mathbb{R} : x > y \wedge x^2 > y^2 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۱۱ تا ۱۳)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$2^{n+2} - 2^n = 384 \Rightarrow 2^n \times 3 = 384 \Rightarrow 2^n = 128 = 2^7 \Rightarrow n = 7 \quad (\text{نمره } ۰/۷۵)$$

$$C(7, 2) = \frac{7!}{2!5!} = 21 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۲۱)

پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$x \in A \cap C \Rightarrow x \in A \wedge x \in C$$

$$\begin{array}{ccc} A \subseteq B & & C \subseteq D \\ \downarrow & & \downarrow \\ x \in B \wedge x \in D & \Rightarrow & x \in B \cap D \end{array}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۳)

پاسخ سؤال ۸: (۲/۵ نمره)

$$\text{الف) } (A - B) \cup (B - A) = (A \cap B') \cup (B \cap A') = [(A \cap B') \cup B] \cap [(A \cap B') \cup A']$$

$$= [(A \cup B) \cap (B' \cup B)] \cap [(A \cup A') \cap (B' \cup A')] = (A \cup B) \cap (A' \cup B') = (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$\text{ب) } A \subseteq B \Rightarrow (A \cup B) = B \Rightarrow (A \cup B)' = B' \Rightarrow A' \cap B' = B' \Rightarrow B' \subseteq A'$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۳۴)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)



(هر شکل ۰/۵ نمره)

پاسخ سؤال ۱۰: (۲ نمره)

$$\text{الف) } n(A) = \left[ \frac{1}{3} \right] = 33 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\text{ب) } n(B) = \left[ \frac{1}{5} \right] = 20 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\text{ج) } n(A \cap B) = \left[ \frac{1}{15} \right] = 6 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\text{الف) } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{33}{100} + \frac{20}{100} - \frac{6}{100} = \frac{47}{100} \quad (\text{نمره } ۰/۷۵)$$

$$\text{ب) } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{33}{100} - \frac{6}{100} = \frac{27}{100} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه های ۳۶ تا ۳۳)



پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

$$\begin{cases} P(1) = 1t \\ P(2) = 2t \\ P(3) = 3t \\ P(4) = 4t \\ P(5) = 5t \\ P(6) = 6t \end{cases} \Rightarrow P(1) + P(2) + \dots + P(6) = 1 \Rightarrow 14t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{14} \text{ (نمره ۱)}$$

$$\Rightarrow P(3) + P(6) = 3t + 6t = 9t = \frac{9}{14} \text{ (نمره ۰/۵)}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

$$\begin{cases} P(a) + P(b) + P(c) = 1 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ P(a) + P(b) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(b) = \frac{1}{2} - P(a) \text{ (I) (نمره ۰/۲۵)} \\ P(a) + P(c) = \frac{3}{5} \Rightarrow P(c) = \frac{3}{5} - P(a) \text{ (II) (نمره ۰/۲۵)} \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} P(a) + P(b) + P(c) = 1 &\Rightarrow P(a) + \frac{1}{2} - P(a) + \frac{3}{5} - P(a) = 1 \\ \frac{1}{2} + \frac{3}{5} - P(a) = 1 &\Rightarrow P(a) = \frac{1}{2} + \frac{3}{5} - 1 = \frac{5+6-10}{10} = \frac{1}{10} \\ P(b) = \frac{1}{2} - \frac{1}{10} &= \frac{5-1}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \\ P(c) = \frac{3}{5} - \frac{1}{10} &= \frac{6-1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \text{ (نمره ۰/۷۵)}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{5}{24} \text{ (نمره ۰/۵)}$$

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{24}}{\frac{1}{3}} = \frac{5}{8} \text{ (نمره ۰/۵)}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

اگر سارا A و سپیده B باشد، آنگاه:

$$P(A) = 0.4, P(B) = 0.3$$

$$P(B | A) = 0.7 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.7 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{0.4} = 0.7 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.28 \text{ (نمره ۰/۵)}$$

$$P(B' | A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{P(A \cup B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - (0.4 + 0.3 - 0.28)}{1 - 0.4} = \frac{0.6}{0.6} = \frac{29}{30} \text{ (نمره ۱)}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

| سرا گروه   | گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)              | ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا) |
|------------|---|----------------------------------|
| زهرا مبینی | سوگند روشنی - مهدی سلمانی<br>زهرا مبینی - محمدرضا مبینی | محمدحسین جمالی - ابوالفضل فروغی  |

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین‌الدین تقی‌زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان