



دفترچه سوال

ریاضی تجربی پایه دوازدهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول

دی ماه - ۱۴۰۱ تا ۱۴۰۳



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۹/۳۰

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام درس: ریاضی تجربی

بارم	سؤال	ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) تابع $f(x) = 2 - (3 - x)^3$ در دامنه خود نزولی اکید است.</p> <p>(ب) چند جمله‌ای $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 8x + 6$ بر $x + 2$ بخش پذیر است.</p> <p>(ج) اگر تابع f در $x = a$ پیوسته باشد، آنگاه در a مشتق پذیر است.</p> <p>(د) دوره تناوب تابع $y = \cos \frac{\pi}{3} x$ برابر ۶ است.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	۱
۱/۷۵	<p>با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2x - x^2 & x \leq 2 \\ 4 - 3x & x > 2 \end{cases}$ مشخص کنید تابع در چه بازه‌ای صعودی اکید و در چه بازه‌ای نزولی اکید است؟</p>	۲
۲	<p>توابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ و $g(x) = 2 + \sqrt{4-x}$ مفروض هستند. به کمک تعریف ترکیب دو تابع، دامنه تابع $g \circ f$ را بیابید، سپس ضابطه $f \circ g$ را مشخص کنید.</p>	۳
۱/۵	<p>اگر $g(x) = 2 - \frac{1}{x}$ و $g \circ f(x) = \frac{1}{x+1}$ باشد، مقدار $f^{-1}(\frac{3}{4})$ چه عددی است؟</p>	۴
۱/۵	<p>در شکل زیر، نمودار تابع f رسم شده است. نمودار تابع $y = -2f(\frac{x}{3})$ را مرحله به مرحله رسم کنید.</p>	۵
۱/۲۵	<p>دوره تناوب، بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = 3 - 2 \sin \frac{\pi}{4} x$ را مشخص کنید. اگر دوره تناوب تابع، T باشد، نمودار تابع را در بازه $[0, T]$ رسم کنید.</p>	۶
۱/۵	<p>اگر $\frac{\pi}{4} < x < \pi$ و $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$، مقدار $\sin 2x$ و $\cos 2x$ را بیابید.</p>	۷
۱	<p>جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin x + \cos 2x = 0$ را بیابید.</p>	۸



باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۹/۳۰

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۲ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام درس: ریاضی تجربی

بارم	سؤال	ردیف
۱	جمع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin x(2\sin x + 1) = 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ بیابید.	۹
۲/۵	حاصل هر یک از حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{2x-1} - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3(-1)^{[x]}}{x - 2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x-1)^2 - 4x^2}{3x-2}$	۱۰
۱/۲۵	اگر $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{ax^2 + bx + 4} = -\infty$ ، مقادیر a و b را بیابید.	۱۱
۱	نمودار تابعی را رسم کنید که تمام شرایط $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ ، $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ را هم‌زمان داشته باشد.	۱۲
۱/۵	به کمک تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^3 - 2$ را در $x = 2$ به دست آورید و معادله خط مماس بر نمودار $y = f(x)$ در $x = 2$ را بنویسید.	۱۳
۰/۷۵	در نمودار زیر، خط مماس بر نمودار f در نقطه‌ای به طول $x = 3$ رسم شده است. اگر $f(3) = 7$ و $f'(3) = 6$ ، مختصات نقطه B را مشخص کنید.	۱۴
۰/۵	هرگاه $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ ، مقدار $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ را بیابید.	۱۵
۲۰	جمع بارم	



باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: آذرماه ۱۴۰۱

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام درس: ریاضی تجربی

بارم	سؤال	ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع $f(x) = -(x+2)^3 + 3$ در دامنه تعریف خود نزولی است.</p> <p>ب) دوره تناوب $y = \tan(\frac{x}{4})$ برابر 8π است.</p> <p>ج) دامنه تعریف تابع $y = (f \circ f^{-1})(x)$ با دامنه تابع f برابر است.</p> <p>د) تابع همانی در دامنه تعریفش هم صعودی است و هم نزولی.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	۱
۱	<p>نمودار تابع $y = -\frac{1}{4} \sin(2x)$ را در بازه $[-\pi, \pi]$ با استفاده از نمودار تابع $y = \sin x$ رسم کنید.</p>	۲
۱/۵	<p>نمودار تابع $f(x) = x^2 - 2x$ را ۲ واحد به طرف xهای مثبت و سپس ۳ واحد به طرف yهای منفی انتقال می دهیم؛ تابع $g(x)$ حاصل می شود؛ نمودار $g(x)$ در کدام نقطه محور xها را قطع می کند؟</p>	۳
۲	<p>اگر $f(x) = \frac{5-2x}{3x-4}$ و $g(x) = \sqrt{x^2-1}$ باشند، دامنه تعریف تابع $f \circ g$ را طبق تعریف یافته و سپس ضابطه تابع $f \circ g(x)$ را بیابید.</p>	۴
۱	<p>هرگاه $f(x) = 5x - 4$ و $f(g(x)) = 5x^2 - 10x + 6$ باشد، ضابطه تابع $g(x)$ را به دست آورید.</p>	۵
۱	<p>اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$، حاصل $(f \circ g)^{-1}(5)$ کدام است؟</p>	۶
۵	<p>به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) دوره تناوب و ماکزیمم و مینیمم $y = 2 - \sqrt{3} \cos(\frac{\pi}{4}x)$ را به دست آورید.</p> <p>ب) شکل زیر نمودار تابع $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ در بازه $[\frac{4}{3}, 0]$ است. با فرض $a, b > 0$، حاصل $a + b$ کدام است؟</p> <p>ج) جوابهای کلی معادله $\sin x - \cos 2x = 0$ را تعیین کنید.</p> <p>د) اگر $\cos x = \frac{3}{5}$ و انتهای کمان x در ناحیه اول باشد؛ حاصل $2 \cos 2x - \sin 2x$ کدام است؟</p>	۷

بارم	سؤال	ردیف
۴/۵	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 16}{x^2 + 4x - 12} =$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{2x - 1} - 1} =$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{x^2 - 1} =$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2} =$</p> <p>ه) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x - 3}{x^2 + 2x + 1} =$</p> <p>و) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{6x^3 - x^2 + 5} =$</p>	۸
۰/۵	<p>با توجه به نمودار f، حاصل حدود زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$</p>	۹
۱	<p>اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^{n-2} + x + 2}{x^3 + x^2 - 5} = 3$ باشد؛ حاصل $a + n$ چقدر است؟</p>	۱۰
۰/۵	<p>نمودار تابعی را رسم کنید که هر دو ویژگی $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$ و $\lim_{x \rightarrow (-\infty)} f(x) = 1$ را دارا باشد.</p>	۱۱
۱	<p>با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 - x + 2$ را در نقطه $x = -1$ به دست آورده، سپس معادله خط مماس بر منحنی را در نقطه‌ای به طول -1 بر روی آن تشکیل دهید.</p>	۱۲
۲۰	جمع بارم	



مرکز تحقیقات آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

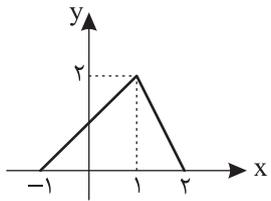
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

نام درس: ریاضی تجربی (سری ۱) پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

بارم	سؤال	ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) برای هر تابع معکوس پذیر مانند f رابطه $f^{-1} \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x)$ برقرار است.</p> <p>ب) اگر x زاویه‌ای در ناحیه چهارم باشد، آنگاه $\tan x > \sin x$</p> <p>ج) حد چپ تابع $y = \frac{1}{x+ x }$ در نقطه $x = 0$ نامتناهی است.</p> <p>د) اگر f در $x = 0$ مشتق ناپذیر باشد، در این نقطه نمی‌توانیم خطی بر f مماس کنیم.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	۱
۱/۷۵	<p>نمودار تابع زیر را رسم کنید و بازه‌هایی که در آنها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -1 & -1 \leq x < 0 \\ x^3 & x < -1 \end{cases}$	۲
۲	<p>توابع $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \sqrt{1-x^2}$ داده شده‌اند.</p> <p>الف) دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p> <p>ب) تابع $g \circ f$ را تشکیل دهید.</p>	۳
۱	<p>نمودار تابع $y = x^3 + 6x^2 + 12x$ را رسم کرده و یکنوایی آن را به دست آورید.</p>	۴
۱	<p>با توجه به نمودار تابع f، نمودار تابع $y = 2 - f(1 - 2x)$ را رسم کنید.</p> 	۵
۱/۵	<p>اگر $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ و α زاویه‌ای تند (حاده) باشد حاصل $\cos 2\alpha$ و $\sin 2\alpha$ را به دست آورید.</p>	۶
۲/۵	<p>جواب کلی معادلات مثلثاتی زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $2 \sin^2 x + 5 \cos x - 5 = 0$</p> <p>ب) $\cos 2x + 1 - \sin 2x = 0$</p>	۷
۱	<p>مثلثی با مساحت $2\sqrt{2}$ سانتی‌متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن ۲ و ۴ سانتی‌متر باشد، آنگاه چند مثلث با این خاصیت می‌توان ساخت؟</p>	۸



مرکز پژوهش‌های آموزشی مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش‌آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۲

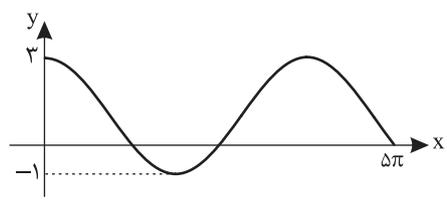
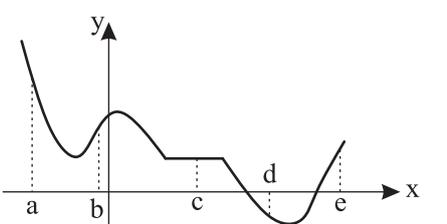
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۲ از ۲

نام درس: ریاضی تجربی (سری ۱) پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

بارم	سؤال	ردیف												
۱/۵	<p>نمودار تابع مثلثاتی به صورت زیر است. ضابطه آن را بنویسید.</p> 	۹												
۰/۷۵	<p>اگر $f(x) = x^3 + ax^2 - 2x + 4$ بر $x - 1$ بخش‌پذیر باشد باقیمانده $f(x)$ بر $x + 2$ را بیابید.</p>	۱۰												
۲/۵	<p>حاصل هر یک از حدهای زیر را بیابید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x+1} + 1}{x^2 + 5x + 6}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{2}{1 + \cos x}$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + \sqrt{6x+2}}{4x^2 + 5x}$</p>	۱۱												
۰/۵	<p>نمودار تابع $y = \frac{1}{(x-1)^2}$ را در اطراف $x = 1$ رسم کنید.</p>	۱۲												
۱/۵	<p>با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ را در نقطه‌ای به طول $x = 5$ به دست آورید و معادله خط مماس بر نمودار $f(x)$ در $x = 5$ را بنویسید.</p>	۱۳												
۱/۵	<p>با توجه به نمودار زیر، نقاط روی نمودار را با شیب‌های داده شده در جدول نظیر کنید.</p>  <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <thead> <tr> <th>نقاط</th> <th>شیب</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>صفر</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-۳</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-۱</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	نقاط	شیب	صفر		-۳		-۱		۲		$\frac{1}{2}$		۱۴
نقاط	شیب													
صفر														
-۳														
-۱														
۲														
$\frac{1}{2}$														
۲۰	جمع بارم													



مرکز پژوهش‌های آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش‌آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۲

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

نام درس: ریاضی تجربی (سری ۲) پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

بارم	سؤال	ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع $g(x) = \frac{1}{x-2}$ در \mathbb{R} اکیداً نزولی است.</p> <p>ب) تابع $f(x) = \sin x$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ اکیداً صعودی است.</p> <p>ج) تابع $h(x) = \frac{1}{x}$ نه صعودی است و نه نزولی.</p> <p>د) برای رسم نمودار $g(x) = f(2x+1)$ با استفاده از تبدیل و انتقال نمودارها از $y = f(x)$، کافی است ابتدا دامنه $f(x)$ را $\frac{1}{2}$ برابر کرده و سپس یک واحد به چپ انتقال دهیم.</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p>	۱
۱	<p>در هر مورد، جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) تابع $y = (2-x)^3 - 1$ در \mathbb{R} اکیداً است.</p> <p>ب) معادله $(2 \cos x - \sqrt{3})(2 \sin x - 1) = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ جواب دارد.</p> <p>ج) در تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر دو جمله‌ای $x - a$، باقی‌مانده تقسیم برابر است.</p> <p>د) شیب خط مماس بر منحنی $y = -x^2 + 10x$ در نقطه‌ای به طول α شیب خط مماس بر منحنی، در نقطه‌ای به طول $10 - \alpha$ است. (برابر، بیشتر، کمتر)</p>	۲
۱/۵	<p>با استفاده از نمودار تابع f رسم شده نمودار تابع $y = -f(-x) + 2$ را مرحله به مرحله رسم کنید.</p>	۳
۱	<p>تابعی رسم کنید که در بازه‌های $(-\infty, 2)$ و $[2, +\infty)$ صعودی اکید باشد اما در D (دامنه) غیریکنوا باشد.</p>	۴
۱	<p>اگر $f(x) = \frac{4x-1}{x-2}$ و $g^{-1}(x) = 4-2x$ مقدار $f^{-1} \circ g(-2)$ چه عددی است؟</p>	۵
۱	<p>اگر $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ و $g(x) = \sin x$ مفروض باشد، ضابطه $f \circ g(x)$ و دامنه $f \circ g(x)$ را به کمک تعریف بیابید.</p>	۶
۱	<p>نمودار تابع $f(x) = 2 \sin 3x - 1$ در شکل زیر رسم شده است. مختصات نقطه A را به دست آورید.</p>	۷



مرکز تحقیقات آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش‌آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۲

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۲ از ۲

نام درس: ریاضی تجربی (سری ۲) پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

بارم	سؤال	ردیف
۱	جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\cos^2 x + 5 \sin x - 5 = 0$ را بیابید.	۸
۱	دوره تناوب تابع $y = \tan x - \cot x$ را بیابید.	۹
۳	حاصل حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x+2} - x}{x^2 - 4}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - [x]}{x^2 - 2x + 1}$ ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x}{1 - \sin x}$ د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{x^2 - 4}}{3x^2 + x}$	۱۰
۱	اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^-} \frac{ax+b}{a \tan^2 x + 6} = -\infty$ حدود b کدام است؟	۱۱
۱	عبارت $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ به چه معناست توضیح دهید و نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در هر دو شرط بالا صدق کند. مسئله چند جواب دارد؟	۱۲
۲	با توجه به نمودار به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ د) $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x)$	۱۳
۱/۵	مشتق‌پذیری تابع $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ را در $x = 1$ بررسی کنید و معادله مماس بر نمودار آن در $x = 1$ را به دست آورید.	۱۴
۲	با توجه به شکل زیر، مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - f^2(1)}{x^3 - 1}$ را بیابید.	۱۵
۲۰	جمع بارم	



مرکز بخش آموزش مدارس برتر

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

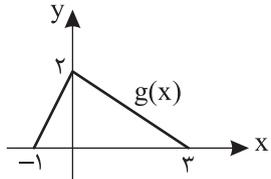
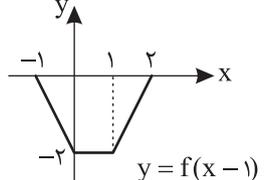
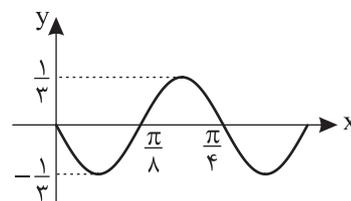
پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: ریاضی تجربی

کلاس:

بارم	سؤال	ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر f تابع یک به یک باشد آنگاه f^{-1} نیز تابعی یک به یک است.</p> <p>ب) کمترین مقدار تابع $y = -4 \cos(\pi x) + 1$ برابر -4 است.</p> <p>ج) اگر $f(x) = x^3 + ax^2 + 4x - 1$ بر $x - 1$ بخش پذیر باشد مقدار $a = -4$ است.</p> <p>د) تابع $f(x) = \sqrt[3]{2x-1}$ در $x = \frac{1}{4}$ مشتق پذیر است.</p>	۱
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید تا گزاره‌ای درست به دست آید.</p> <p>الف) اگر $A(2, 3)$ روی نمودار $y = 4 + f(1-x)$ باشد، نقطه متناظر با آن روی نمودار $y = f(x)$ نقطه است.</p> <p>ب) اگر $f(x) = \sqrt{4-x}$ و $g(x) = \sqrt{x+4}$ دامنه تعریف تابع $f \circ g$ بازه است.</p>	۲
۱	<p>اگر $f(x) = \frac{3}{x+2}$ و نمودار تابع $g(x)$ به شکل زیر باشد، دامنه $g \circ f$ را به دست آورید.</p> 	۳
۱/۵	<p>نمودار تابع $y = 4 - x^2 - 4$ را رسم کرده و مشخص کنید در چه بازه‌هایی صعودی اکید و در چه بازه‌هایی نزولی اکید است.</p>	۴
۱/۵	<p>اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد، مقدار $g^{-1} \circ f^{-1}(5)$ را به دست آورید.</p>	۵
۱/۵	<p>نمودار $y = f(x-1)$ در شکل زیر رسم شده است. با تبدیل و انتقال، نمودار $g(x) = 2f\left(\frac{x}{4}\right) + 1$ را رسم کنید.</p> 	۶
۱	<p>قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(bx) + c$ رسم شده است. مقادیر a و b و c را تعیین کنید.</p> 	۷

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

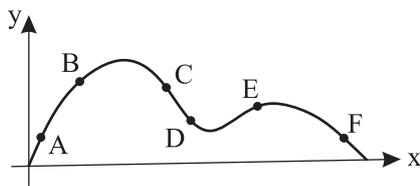
نام درس: ریاضی تجربی



مرکز بخش آموزش مدارس برتر

صفحه ۲ از ۲

بارم	سؤال	ردیف
۱	تابعی به فرم $y = a + b \sin bx$ بنویسید که بیشترین مقدار آن ۳ برابر کمترین مقدار آن باشد و دوره تناوب آن $T = \frac{3\pi}{4}$ باشد. ($a, b > 0$)	۸
۱	اگر $\tan \alpha = 2$ باشد و انتهای کمان α در ناحیه سوم مثلثاتی قرار داشته باشد، آنگاه مقدار $\sin 2\alpha$ را به دست آورید.	۹
۲	معادله‌های زیر را حل کنید. الف) $\sin 3x - \sin 5x = 0$ ب) $\cos 2x + \cos x - 2 = 0$	۱۰
۱	باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x-1$ و $x+1$ به ترتیب برابر ۲ و ۵ است. باقی مانده تقسیم $f(2x-1) + f(2x+1) + 2f(x)$ را بر x بیابید.	۱۱
۲/۵	حاصل حدود زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 5x^2 + 7x - 4}{\sqrt{x} - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 4\sqrt{x}}{-x^2 + 1}$ ج) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[\sin x] - 2}{2x - \pi}$	۱۲
۱	a و b را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + x^2 + 1}{6x^b - 1} = -\frac{2}{3}$ باشد.	۱۳
۱/۷۵	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^3 + 2x$ را در $x = 1$ به دست آورده و معادله خط مماس بر $f(x)$ را در $x = 1$ بنویسید.	۱۴
۱/۲۵	نقاط A و B و C و D و E و F را روی منحنی زیر در نظر بگیرید در مورد شیب منحنی در این نقاط کدام گزاره درست و کدام یک نادرست است؟ (شیب خط مماس بر منحنی در نقطه A را با m_A نمایش می‌دهیم) الف) شیب منحنی در همه این نقاط مثبت است. ب) $m_A < m_B$ ج) $m_E < m_B < m_A$ د) شیب منحنی در نقاط C و D و F منفی است. ه) $m_F < m_D < m_C$	۱۵
۲۰	جمع بارجم	





مرکز تخصصی آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

صفحه ۱ از ۳

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام و نام خانوادگی:

کلاس:

مدرسه:

نام درس: ریاضی (سری ۲)

بارم	سؤال	ردیف
۰/۷۵	<p>درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) در تابع $g(x) = 2 - \sqrt{3-x}$ دامنه تابع $(g \circ g^{-1})(x)$ برابر $[2, +\infty)$ است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ب) دامنه تابع $f(x) = \tan 2x$ به صورت $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$ است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ج) باقیمانده چند جمله‌ای $P(x) = x^3 - 4x^2 + 3$ بر $x+1$ برابر -2 است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p>	۱
۱/۲۵	<p>به کمک انتقال نمودار تابع $y = x^3$، نمودار تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 6$ را رسم کنید. (محل برخورد با محور yها مشخص شود).</p>	۲
۱/۵	<p>نمودار تابع $y = f(1-x)$ رسم شده است. اگر $g(x) = \sqrt{x-2}$ آنگاه دامنه تابع $f \circ g(x)$ را به دست آورید.</p>	۳
۱/۵	<p>نمودار تابع $y = f(\frac{x}{4}) - 1$ در زیر رسم شده است. نمودار $g(x) = -2f(-x) + 2$ را رسم کنید.</p>	۴
۱/۵	<p>نمودار تابع با ضابطه $g(x) = \begin{cases} 2^x - 2 & x \geq 0 \\ 3 & -3 < x < 0 \\ 2 - x & x \leq -3 \end{cases}$ را رسم کرده و بازه‌هایی که در آنها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.</p>	۵
۱	<p>اگر $f(x) = x^3 - 1$ و $g(x) = 2x + 4$ آنگاه مقادیر زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $(g \circ f)^{-1}(0)$</p> <p>ب) $(f \circ g^{-1})(4)$</p>	۶



مرکز تخصصی آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

صفحه ۲ از ۳

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام و نام خانوادگی:

کلاس:

مدرسه:

نام درس: ریاضی (سری ۲)

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	<p>جواب های کلی معادله مثلثاتی $a \cos^2 x + b \cos x + 3 = 0$ در شکل زیر نشان داده شده است. مقادیر a و b را به دست آورید.</p>	۷
۱/۵	<p>اگر $\tan \frac{\alpha}{4} + \cot \frac{\alpha}{4} = 3$ باشد و انتهای کمان α در ناحیه اول باشد آنگاه مقدار $\cos 4\alpha$ را به دست آورید.</p>	۸
۱/۵	<p>ضابطه مثلثاتی مربوط به نمودار تابع زیر را بنویسید.</p>	۹
۳	<p>حاصل حدود زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{2x^3 - 5x^2 - 4x + 4}{\sqrt{x+9} + 2x} =$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 3x^2} + 5x}{\sqrt{4x^2 - x - 3x}} =$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[-x] + 1}{\sin^2 x} =$</p>	۱۰
۱	<p>اگر $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{2x+1}{2a + \cos x} = +\infty$ آنگاه مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + 2x + 1}{2x^3 - 6x^2 + 1}$ را به دست آورید.</p>	۱۱



مرکز تحقیقات آموزشی مدارس برتر

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

صفحه ۳ از ۳

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

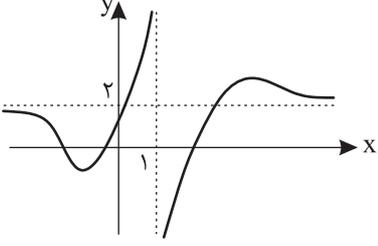
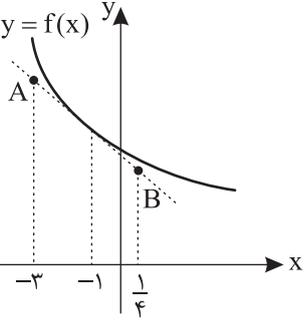
پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام و نام خانوادگی:

کلاس:

مدرسه:

نام درس: ریاضی (سری ۲)

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	 <p>الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] =$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$</p>	۱۲
۱/۵	<p>با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x - \sqrt{x}$ را در $x=1$ به دست آورده و معادله خط مماس بر منحنی را در این نقطه به دست آورید.</p>	۱۳
۱	 <p>در شکل زیر $f(-1) = 3$ و $f'(-1) = -2$ است. مختصات نقاط A و B را به دست آورید.</p>	۱۴
۲۰	جمع بارم	



مرکز نخبش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹

صفحه ۱ از ۳

باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

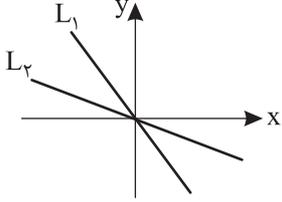
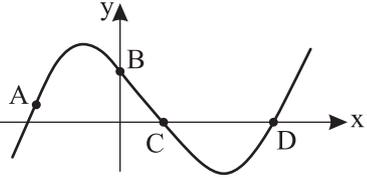
مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: ریاضی

بارم	سؤال	ردیف
۱	<p>درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) تابع $y = x$ در دامنه‌اش هم صعودی و هم نزولی است.</p> <p>(ب) تابع تانژانت در نقاط $x = (2k + 1)\frac{\pi}{4}$ تعریف نشده است. ($k \in \mathbb{Z}$)</p> <p>(ج) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-x}{[x] - 2} = -\infty$</p> <p>(د) در نمودار زیر شیب خط L_1 از شیب خط L_2 بیشتر است.</p> 	۱
۱	<p>جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب تکمیل کنید.</p> <p>(الف) اگر $0 < k < 1$ برای رسم نمودار $y = f(kx)$، نمودار $f(x)$ در امتداد محور xها با ضریب کشیده می‌شود.</p> <p>(ب) کمترین مقدار تابع $y = a - 2 \cos(2x)$ برابر است.</p> <p>(ج) باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $5 - 3x + 2x^3$ بر $x + 1$ برابر است.</p> <p>(د) اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L < 0$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ و تابع g در همسایگی محذوفی از a منفی باشد آنگاه $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \dots\dots\dots$</p>	۲
۱/۵	<p>در هر سؤال گزینه درست را انتخاب کنید. (نیاز به نوشتن راه حل نیست.)</p> <p>(الف) دامنه تابع وارون تابع $y = 3 - \sqrt{x+1}$ کدام است؟ (۱) $[3, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 3]$ (۳) $[-1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, -1]$</p> <p>(ب) با توجه به نمودار تابع $y = \cos x$ معادله $\cos x = \frac{1}{4}$ در بازه $[-3\pi, \pi]$ چند جواب دارد؟ (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۴</p> <p>(ج) نمودار تابع f به صورت زیر است. در کدام نقطه، مقدار تابع برابر صفر ولی مقدار مشتق آن منفی است؟ A (۱) B (۲) C (۳) D (۴)</p> 	۳
۰/۵	<p>نمودار تابع $y = -(x-1)^3 + 2$ را رسم کنید.</p>	۴



مرکز نخبش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹

صفحه ۲ از ۳

باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

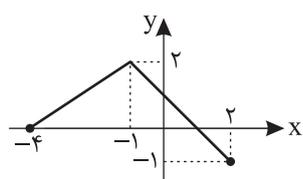
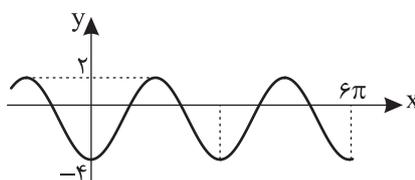
مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: ریاضی

بارم	سؤال	ردیف
۱	<p>نمودار تابع f به صورت زیر است. نمودار تابع $y = 3f(-\frac{x}{3})$ را رسم کرده و برد آن را مشخص کنید.</p> 	۵
۱	<p>اگر $f(x) = 3 - \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{ x }{x^2 - 1}$ باشد دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p>	۶
۱	<p>اگر $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$ و $g(x) = \frac{1}{x+2}$ و $(f \circ g)^{-1}(-1)$ را به دست آورید.</p>	۷
۱/۵	<p>ضابطه، دامنه و برد تابع وارون تابع زیر را به دست آورید.</p> $y = 4x - x^2, x \geq 2$	۸
۱	<p>اگر $f = \{(-7, 8), (5, 3), (9, 8), (11, 5)\}$ و $g = \{(7, 9), (-2, 5), (3, 11)\}$ باشد: الف) تابع $f \circ g$ را مشخص کنید. ب) اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی یا غیریکنوا بودن $f \circ g$ را مشخص کنید.</p>	۹
۱	<p>نمودار زیر مربوط به تابع با ضابطه $y = a \cos bx + c$ است. a و b و c را به دست آورید.</p> 	۱۰
۱	<p>مقدار عددی عبارت زیر را به دست آورید.</p> $\tan(22/5^\circ) + \cot(22/5^\circ) =$	۱۱
۲	<p>معادله‌های مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> <p>الف) $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos x$</p> <p>ب) $\cos 2x + 3 \sin x - 1 = 0$</p>	۱۲



مرکز تحقیق آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹

صفحه ۳ از ۳

باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

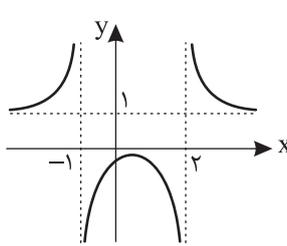
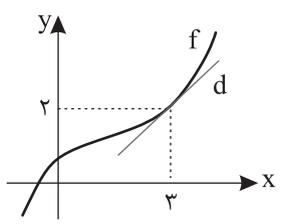
پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: ریاضی

کلاس:

بارم	سؤال	ردیف
۳	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{3 - \sqrt{2x+1}}{ 4-x } =$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x[x]-1^0}{-x^2+9} =$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^2 - 4x + 1}{(2x-1)^2} =$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x} - 3}{2 - \frac{1}{x^2}} =$</p>	۱۳
۱/۲۵	<p>نمودار تابع f به صورت زیر است. حاصل حدود زیر را به دست آورید.</p>  <p>الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) =$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) =$</p> <p>ه) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] =$</p>	۱۴
۱	<p>اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2f(3+h) - 4}{h} = 1$ باشد، معادله خط d را بنویسید.</p> 	۱۵
۱/۲۵	<p>اگر $f(x) = 2 - x^3$ مقدار $f'(-1)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p>	۱۶
۲۰	جمع بارم	



دفترچه پاسخنامه

ریاضی تجربی پایه دوازدهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول



پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

دوره دوم متوسطه

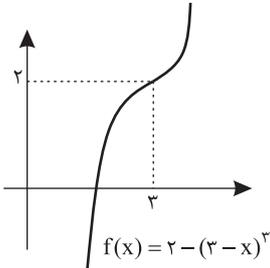
تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۹/۳۰

پاسخنامه درس: ریاضی تجربی

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

صفحه ۱ از ۴

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

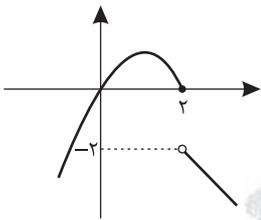
الف) نادرست، طبق نمودار تابع، $f(x)$ در دامنه خود صعودی اکید است.ب) نادرست، برای آنکه چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x+2$ بخش پذیر باشد، باید $f(-2) = 0$ باشد:

$$f(-2) = 2(-2)^3 - 6(-2)^2 - 8(-2) + 6 \neq 0$$

ج) نادرست، پیوستگی تابع در $x=a$ شرط لازم برای مشتق پذیری تابع در a است، اما شرط کافی نیست.د) درست، دوره تناوب y برابر 6 است. $T = \frac{y\pi}{\omega} = \frac{6\pi}{3}$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۵، ۸، ۲۹، ۳۵ و ۷۸)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۷۵ نمره)

تابع در بازه $(-\infty, 1]$ صعودی اکید است. (۵/۰ نمره)تابع در بازه $[1, +\infty)$ نزولی اکید است. (۵/۰ نمره)

(۷۵/۰ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۰)

پاسخ سؤال ۳: (۲ نمره)

$$D_{g \circ f} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\} \quad (۵/۰ نمره)$$

$$D_f = [2, +\infty)$$

$$D_g = (-\infty, 4] \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$x \in D_f \Rightarrow x \geq 2$$

$$f(x) \in D_g \Rightarrow \sqrt{x-2} \leq 4 \Rightarrow x-2 \leq 16 \Rightarrow x \leq 18 \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$D_{g \circ f} = [2, +\infty) \cap (-\infty, 18] = [2, 18] \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$f \circ g = f(g(x)) = \sqrt{g(x)-2} = \sqrt{2 + \sqrt{4-x} - 2} = \sqrt{4-x} \quad (۲۵/۰ نمره)$$

(۵/۰ نمره)

(۲۵/۰ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = 2 - \frac{1}{f(x)} \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$\Rightarrow 2 - \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{x+1} \Rightarrow \frac{1}{f(x)} = 2 - \frac{1}{x+1} = \frac{2x+1}{x+1} \quad (۲۵/۰ نمره)$$

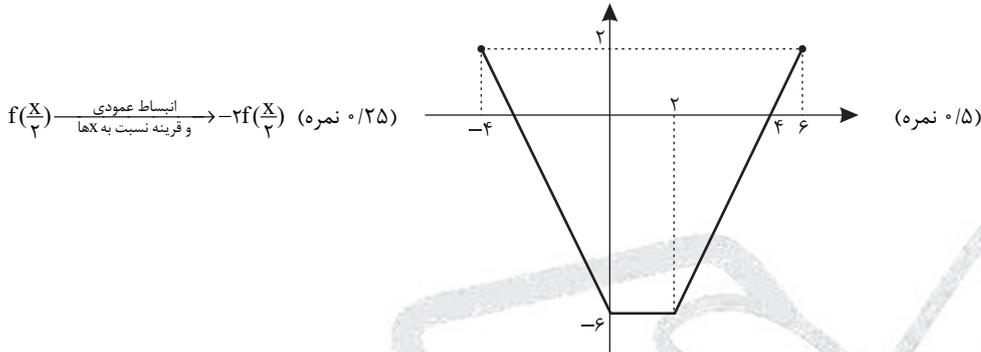
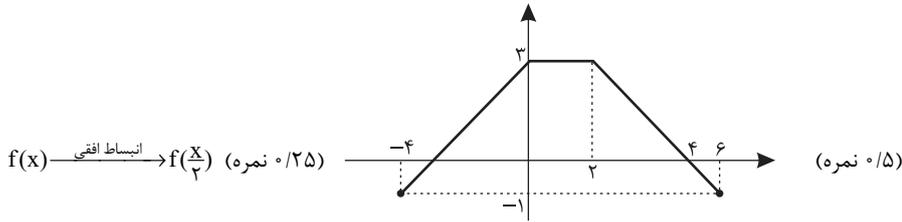
$$\frac{1}{f(x)} = \frac{2x+1}{x+1} \xrightarrow{f(x) \in D_g} f(x) = \frac{x+1}{2x+1} \quad (۲۵/۰ نمره)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-x+1}{2x-1} \quad (۵/۰ نمره) \Rightarrow f^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{-\frac{2}{3}+1}{2 \times \frac{2}{3}-1} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}-1} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = -1 \quad (۲۵/۰ نمره)$$

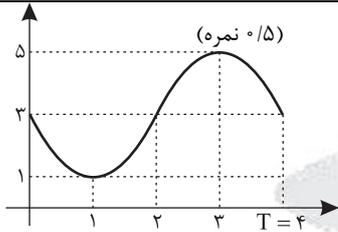
(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ و ۲۷)



پاسخ سؤال ۵: (۱/۵) (نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۱۷ و ۱۹)



$$y = 3 - 2 \sin \frac{\pi}{3} x \Rightarrow \begin{cases} \max = 5 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ \min = 1 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 4 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{cases}$$

پاسخ سؤال ۶: (۱/۲۵) (نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۱)

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x < 0 \end{cases} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \frac{2}{3} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x = \frac{1}{9} \text{ (نمره ۰/۵)}$$

$$\sin 2x = 2\sin x \cos x = 2 \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) \times \frac{2}{3} = -\frac{4\sqrt{5}}{9} \text{ (نمره ۰/۵)}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵) (نمره)

پاسخ سؤال ۸: (۱) (نمره)

روش اول:

$$\sin x + \cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 2x = -\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}; k \in \mathbb{Z} \end{cases} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

جواب کلی (نمره ۰/۲۵)

روش دوم:

$$\sin x + 1 - 2\sin^2 x = 0 \Rightarrow 2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$



پاسخنامه آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۹/۳۰

پاسخنامه درس: ریاضی تجربی

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

صفحه ۳ از ۴

$$\begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (نمره } \cdot / 25) \\ \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi - \frac{5\pi}{6} \end{cases} \text{ (نمره } \cdot / 25) \end{cases}$$

پس جواب کلی به صورت $x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$ است. $k \in \mathbb{Z}$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{در } [0, 2\pi] \text{ در } \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \text{ (نمره } \cdot / 25) \\ \text{در } [0, 2\pi] \text{ در } \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \text{ (نمره } \cdot / 25) \end{cases}$$

جمع جوابها = $\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{2}$ (نمره $\cdot / 5$)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۱۰: (۲/۵ نمره)

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{2x-1} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{\sqrt{2x-1} - 1} \times \frac{\sqrt{2x-1} + 1}{\sqrt{2x-1} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)(\sqrt{2x-1} + 1)}{2(x-1)} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$ (نمره $\cdot / 25$)

ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3(-1)^{[x]}}{x - 2} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-3}{x-2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \text{ (نمره } \cdot / 25) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+3}{x-2} = \frac{5}{0^-} = -\infty \text{ (نمره } \cdot / 25) \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3(-1)^{[x]}}{x - 2} = -\infty$ (نمره $\cdot / 5$)

ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 4x + 1 - 4x^2}{3x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x + 1}{3x - 2} = -\frac{4}{3}$ (نمره $\cdot / 25$)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵۷ و ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۲۵ نمره)

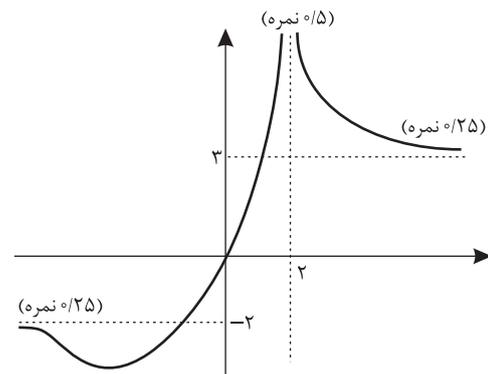
$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{ax^2 + bx + 4} = -\infty \Rightarrow ax^2 + bx + 4 = a(x+2)^2 \text{ (نمره } \cdot / 5)$$

$$\Rightarrow ax^2 + bx + 4 = ax^2 + 4ax + 4a \Rightarrow \begin{cases} 4a = 4 \Rightarrow a = 1 \\ 4a = b \Rightarrow b = 4 \end{cases} \text{ (نمره } \cdot / 5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2} = -\infty \text{ (نمره } \cdot / 25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵۷)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵۷ و ۶۴)



پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: آذرماه ۱۴۰۱

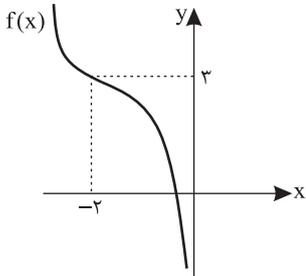
پاسخنامه درس: ریاضی تجربی

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

صفحه ۱ از ۳

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) درست



ب) نادرست، دوره تناوب این تابع $T = \frac{\pi}{\frac{1}{4}} = 4\pi$ است.

ج) نادرست

$f^{-1}(x) \in R_{f^{-1}}$ (همیشه برقرار است)

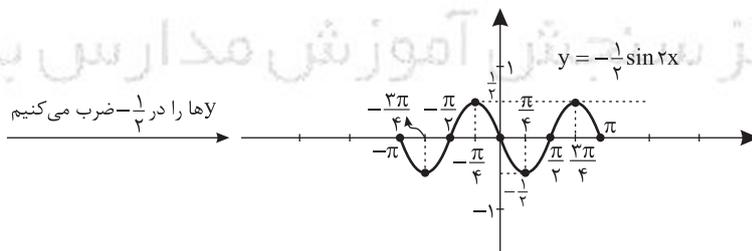
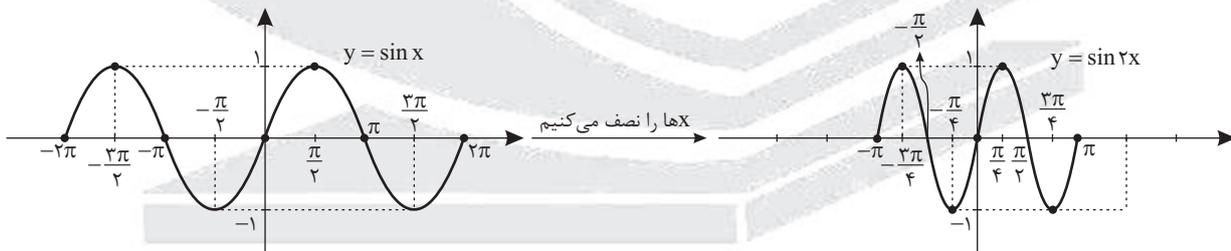
$$D_{f \circ f^{-1}} = \{x \mid x \in D_{f^{-1}} \wedge f^{-1}(x) \in D_f\} \Rightarrow D_{f \circ f^{-1}} = R_f$$

\uparrow
 $x \in R_f$

د) نادرست، تابع $f(x) = x$ همواره صعودی اکید است.

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵، ۸، ۲۹ و ۳۹)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین ۱۰، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

$$f(x) = x^2 - 2x + 1 - 1 \Rightarrow f(x) = (x-1)^2 - 1$$

$$\xrightarrow[\text{Xهای مثبت}]{\text{واحد به طرف}} (x-2-1)^2 - 1 \xrightarrow[\text{لاهای منفی}]{\text{واحد به طرف}} (x-3)^2 - 4 \Rightarrow g(x) = (x-3)^2 - 4$$

در دو نقطه محور Xها را قطع می کند. $g(x) = 0 \Rightarrow (x-3)^2 - 4 = 0 \Rightarrow |x-3| = 2 \Rightarrow x-3 = \pm 2 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = 1$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۱۷ و ۱۹)



پاسخ سؤال ۴: (۲ نمره)

$$\begin{cases} 3x - 4 \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{\frac{4}{3}\} \\ x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow D_g = (-\infty, -1] \cup [1, \infty) \\ D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} \end{cases}$$

$$= \{x \mid x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty), \sqrt{x^2 - 1} \in \mathbb{R} - \{\frac{4}{3}\}\}$$

$$\sqrt{x^2 - 1} \neq \frac{4}{3}$$

$$x^2 - 1 \neq \frac{16}{9}$$

$$x^2 \neq \frac{25}{9}$$

$$x \neq \pm \frac{5}{3}$$

$$D_{f \circ g} = (x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty)) \cap (x \neq \pm \frac{5}{3})$$

$$\Rightarrow D_{f \circ g} = ((-\infty, -1] \cup [1, \infty)) - \{\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\}$$

$$f \circ g(x) = \frac{5 - 2g(x)}{3g(x) - 4} = \frac{5 - 2\sqrt{x^2 - 1}}{3\sqrt{x^2 - 1} - 4}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین ۲، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$$f(x) = 5x - 4 \Rightarrow f(g(x)) = 5g(x) - 4 \Rightarrow 5g(x) - 4 = 5x^2 - 10x + 6$$

$$\Rightarrow 5g(x) = 5x^2 - 10x + 10 \Rightarrow g(x) = \frac{5x^2 - 10x + 10}{5} \Rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 2$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین‌های ۶ و ۷، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$(f \circ g)^{-1}(5) = a \Rightarrow (f \circ g)(a) = 5 \Rightarrow \frac{1}{8}a^2 - 3 = 5 \Rightarrow \frac{1}{8}a^2 = 8 \Rightarrow a = 4$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۷: (۵ نمره)

(الف)

$$T = \frac{2\pi}{|\frac{\pi}{2}|} = 4 \quad \max: |-\sqrt{3}| + 2 = 2 + \sqrt{3} \quad \min: |-\sqrt{3}| + 2 = -\sqrt{3} + 2$$

(ب)

$$y = 1 + a \sin(b\pi x) \Rightarrow \min = -1 \Rightarrow -|a| + 1 = -1 \Rightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a > 0} a = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \xrightarrow{b > 0} \frac{2}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow b = 3$$

(ج)

$$\cos 2x - \sin x = 0 \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x - \sin x = 0 \Rightarrow -2\sin^2 x - \sin x + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{b=a+c} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \text{جواب کلی: } x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

(د)

$$\cos x = \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{رابطه اول}} \sin x = \frac{4}{5} \Rightarrow 2\cos 2x - \sin 2x = 2(\cos^2 x - \sin^2 x) - 2\sin x \cos x$$

$$\Rightarrow 2\cos 2x - \sin 2x = 2(\frac{9}{25} - \frac{16}{25}) - 2(\frac{3}{5})(\frac{4}{5}) = -\frac{38}{25}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۳۵، ۳۶، ۳۳ و ۳۸)



پاسخنامه پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

دوره دوم متوسطه

تاریخ آزمون: آذرماه ۱۴۰۱

پاسخنامه درس: ریاضی تجربی

پایه: دوازدهم (رشته تجربی)

صفحه ۳ از ۳

پاسخ سؤال ۸: (هر مورد ۷۵/۰ نمره)

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+6)} = \frac{2 \times 12}{8} = 3$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{\sqrt{2x-1}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)(\sqrt{2x-1}+1)}{2x-1-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)(\sqrt{2x-1}+1)}{2(x-1)} = 3$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x^2}-\sqrt{x+1})}{(x^2-1)(\sqrt{x^2}-\sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)}{(x+1)(x-1)(\sqrt{x^2}-\sqrt{x+1})} = \frac{1}{-2 \times 3} = -\frac{1}{6}$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-2}{x-2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\text{ه) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-3}{(x+1)^2} = \frac{-4}{0^+} = -\infty$$

$$\text{و) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4(3 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2})}{x^4(6 - \frac{1}{x} + \frac{5}{x^2})} = \frac{3+0-0}{6-0+0} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵۳)

پاسخ سؤال ۹: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) $+\infty$ ب) $1+1=2$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۴)

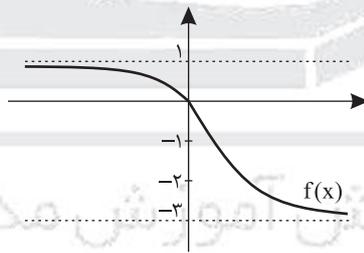
پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^{n-2} + x + 2}{x^2 + x^2 - 5} = 3 \Rightarrow n-2=3 \Rightarrow n=5, \quad \frac{a}{1} = 3 \Rightarrow a=3 \Rightarrow a+n=3+5=8$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۳)

پاسخ سؤال ۱۱: (۵/۰ نمره)

یک جواب می تواند به این صورت باشد.



(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین ۵، صفحه ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x + 2 - 4}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-2)}{(x+1)} = -3$$

$$f(-1) = 1 + 1 + 2 = 4$$

$$\text{شیب} = -3 \quad \text{نقطه } A = (-1, 4) \xrightarrow{\text{معادله خط}} y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 4 = -3(x + 1) \Rightarrow y = -3x + 1$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۵)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

$f^{-1} \circ f(x) = x \quad x \in D_f$

الف) نادرست

$f \circ f^{-1}(x) = x \quad x \in D_{f^{-1}}$

اگر $D_f \neq D_{f^{-1}}$ باشد، توابع با هم برابر نیستند.

ب) نادرست، با توجه به دایره مثلثاتی، در ناحیه چهارم $\tan x < \sin x$

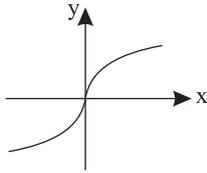
ج) نادرست، f در هیچ همسایگی چپ صفر تعریف نشده است.

د) نادرست

$D_f = (0, +\infty)$

$f(x) = \sqrt[3]{x} \quad x = 0$

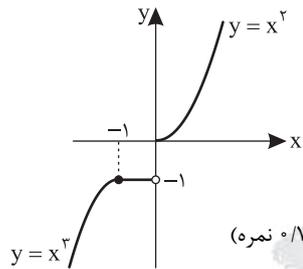
$f'(0)$: تن



خط $x = 0$ مماس بر منحنی

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۲۴ و ۵۵)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۷۵ نمره)



$(-\infty, -1), (0, +\infty)$ اکیدا صعودی (۵/۰ نمره)

$(-1, 0)$ ثابت (هم صعودی و هم نزولی) (۲۵/۰ نمره)

تابع روی \mathbb{R} صعودی (۲۵/۰ نمره)

(۷۵/۰ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۰)

پاسخ سؤال ۳: (۲ نمره)

الف) $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$ (۵/۰ نمره) $D_f = \mathbb{R}$ (۲۵/۰ نمره), $D_g = 1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$ $[-1, 1]$ (۲۵/۰ نمره)

این نامسای به ازای هر $x \in \mathbb{R}$ برقرار است. $f(x) \in D_g \Rightarrow \sin x \in [-1, 1] \Rightarrow -1 \leq \sin x \leq 1$ (۲۵/۰ نمره)

$D_{g \circ f} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$

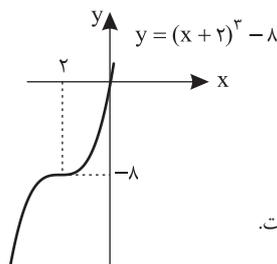
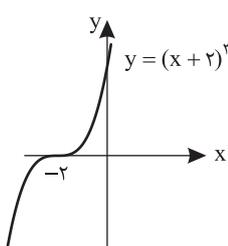
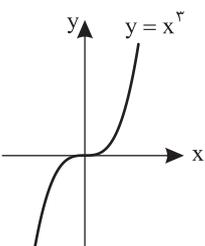
ب) $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(\sin x)$ (۲۵/۰ نمره)

$= \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{\cos^2 x} = |\cos x|$ (۲۵/۰ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

$y = x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - 8 \Rightarrow y = (x+2)^3 - 8$



(۲۵/۰ نمره) صعودی اکیدا است.

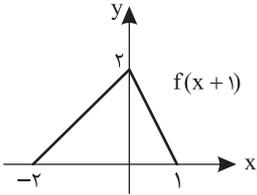
(رسم نمودار ۷۵/۰ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۰)

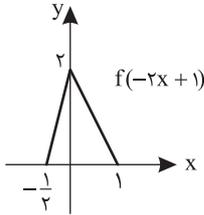


پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

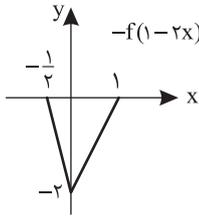
(۲۵/۰ نمره)



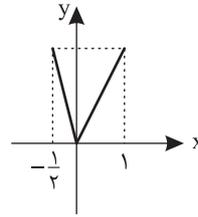
(۲۵/۰ نمره)



(۲۵/۰ نمره)



(۲۵/۰ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۰)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{24}{25} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - 2 \times \frac{16}{25} = 1 - \frac{32}{25} = \frac{-7}{25} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۷: (۲/۵ نمره)

الف) $2(1 - \cos^2 x) + 5 \cos x - 5 = 0$

$$+ 2 \cos^2 x - 5 \cos x + 3 = 0 \Rightarrow (\cos x - 1)(2 \cos x - 3) = 0$$

$$\begin{cases} \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi \\ \cos x = \frac{3}{2} \text{ جواب ندارد} \end{cases}$$

ب) $\cos 2x + 1 - \sin 2x = 0$

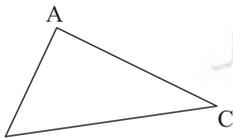
$$2 \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = 0 \Rightarrow 2 \cos x (\cos x - \sin x) = 0$$

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\cos x = \sin x \Rightarrow \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \\ \text{غ ق ق } x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + x \end{cases}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)



$$S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$AB = 2, AC = 4$$

$$S = 2\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \times \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

اندازه زاویه A کمتر از 180° و بیشتر از 0° است، پس اندازه زاویه A می تواند $\frac{\pi}{4}$ یا $\frac{3\pi - \pi}{4} = \frac{2\pi}{4}$ باشد و در نتیجه دو مثلث (۵/۰ نمره) با شرایط داده شده می تواند وجود داشته باشد.

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

چون نمودار از ماکزیمم شروع می شود، ضابطه آن به صورت $y = a \cos bx + c$ است.

$$\begin{cases} \max = 3 \Rightarrow |a| + c = 3 \\ \min = -1 \Rightarrow -|a| + c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ |a| = 2 \end{cases} \rightarrow a = 2$$

$$\frac{\Delta T}{4} = \Delta \pi \Rightarrow T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$y = 2 \cos \frac{x}{2} + 1$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۰)



پاسخ سؤال ۱۰: (۷۵/۰ نمره)

$$f(1) = 0 \Rightarrow 1 + a - 2 + 4 = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$f(x) = x^2 - 3x^2 - 2x + 4 \Rightarrow f(-2) = -8 - 12 + 4 + 4 = -12$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵۲)

پاسخ سؤال ۱۱: (۲/۵ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+1}+1}{(x+2)(x+3)} \times \frac{(\sqrt{x+1})^2 - \sqrt{x+1}+1}{(\sqrt{x+1})^2 - \sqrt{x+1}+1} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(۲۵/۰ نمره) حاصل = ۳

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+1)+1}{(x+2)(x+3) \times 3} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)}{(x+2)(x+3) \times 3} = \frac{1 \times 2}{1 \times 3 \times 3} = \frac{2}{9}$$

(۲۵/۰ نمره)

$$\text{ب) } 1 + \cos x \geq 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{2}{1 + \cos x} = \frac{2}{0^+} = +\infty \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(۲۵/۰ نمره)

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + \sqrt{6x+2}}{4x^2 + 5x} \quad \text{پرتوان} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{4x^2} = \frac{3}{4} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(۲۵/۰ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵۷ و ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۲: (۵/۰ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵۵)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$f'(5) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x - 5} \times \frac{\sqrt{x-1} + 2}{\sqrt{x-1} + 2} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-1) - 4}{4(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{4(x-5)} = \frac{1}{4} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$x = 5 \text{ در } f(x) \text{ معادله خط مماس } \begin{cases} f'(5) = \frac{1}{4} \Rightarrow m = \frac{1}{4} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ f(5) = 2 \Rightarrow A(5, 2) \end{cases}$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{4}(x - 5) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(۲۵/۰ نمره)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۶)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

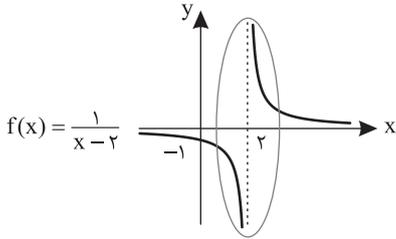
شیب	نقاط
صفر	c
-۳	a
-۱	d
۲	e
$\frac{1}{2}$	b

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۶)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

الف) نادرست



ب) درست

ج) نادرست، تابع ثابت هم صعودی است و هم نزولی.

د) نادرست، ابتدا $\frac{1}{x}$ برابر در راستای افقی منقبض می کنیم و سپس $\frac{1}{x}$ واحد به چپ انتقال می دهیم.

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۷ و ۸)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

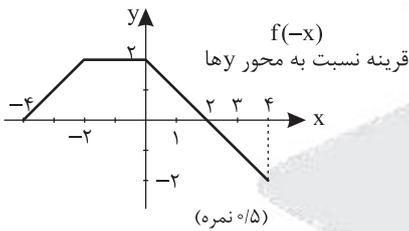
الف) نزولی

ب) ۳

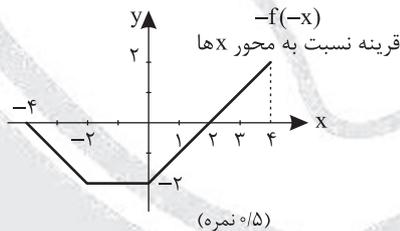
ج) $f(a)$

د) قرینه

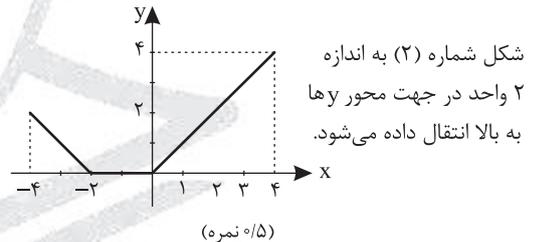
پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)



(۱)



(۲)



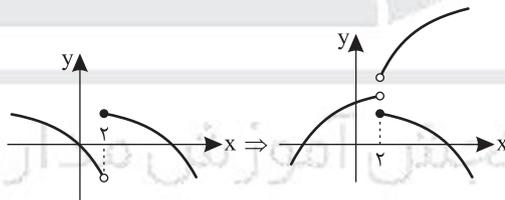
(۳)

شکل شماره (۲) به اندازه ۲ واحد در جهت محور yها به بالا انتقال داده می شود.

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۱۷ و ۱۹)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

در \mathbb{R} غیر یکنوا است.



پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$$g(-2) = \alpha \Rightarrow g^{-1}(\alpha) = -2 \Rightarrow 4 - 2\alpha = -2$$

$$2\alpha = 6 \Rightarrow \alpha = 3 \Rightarrow g(-2) = 3$$

$$\Rightarrow f^{-1} \circ g(-2) = f^{-1}(g(-2)) = f^{-1}(3)$$

$$f^{-1}(3) = \beta \Rightarrow f(\beta) = 3$$

$$\Rightarrow \frac{4\beta - 1}{\beta - 2} = 3 \Rightarrow 4\beta - 1 = 3\beta - 6 \Rightarrow \beta = -5 \Rightarrow f^{-1} \circ g(-2) = -5$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۲۴ و ۲۹)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

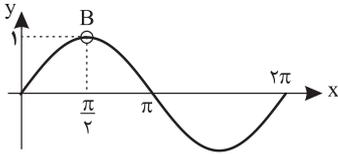
$$f \circ g(x) = f(g(x)) = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{\cos^2 x} = |\cos x|$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid \sin x \in [-1, 1]\} = \mathbb{R}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۱۱ و ۱۴)



پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)



با توجه به شکل نقطه A اولین ماکزیمم مثبت تابع است. با توجه به نمودار تابع $y = \sin x$ ، نقطه B متناظر به نقطه A در نمودار تابع $f(x) = 2\sin 3x - 1$ است. دوره تناوب تابع f $\frac{1}{3}$ دوره تناوب تابع g است.

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{3}x_B = \frac{1}{3} \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} \\ y_A = 2y_B - 1 = 2(1) - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{\pi}{6}, 1\right)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$\cos^2 x + 5 \sin x - 5 = 0$$

$$(1 - \sin^2 x) + 5 \sin x - 5 = 0 \Rightarrow -\sin^2 x + 5 \sin x - 4 = 0 \xrightarrow{\times(-1)} \sin^2 x - 5 \sin x + 4 = 0 \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$A = \sin x \quad A^2 - 5A + 4 = 0 \Rightarrow (A-1)(A-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A=1 \\ A=4 \end{cases} \quad (\text{نمره } 0.25)$$

$$\sin x = 1 \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z} \quad (\text{نمره } 0.25)$$

جواب ندارد $\rightarrow \sin x = 4$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

$$f(x) = \tan x - \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} - \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{-\cos 2x}{\frac{1}{2} \sin 2x} = -2 \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = -2 \cot 2x = -2 \tan\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

$$T = \frac{\pi}{|-2|} = \frac{\pi}{2}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۳۲)

پاسخ سؤال ۱۰: (۳ نمره)

$$\begin{aligned} \text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x+2} - x}{x^2 - 4} &= \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{3x+2} - x)(\sqrt{3x+2} + x)}{(x^2 - 4)(\sqrt{3x+2} + x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3x+2 - x^2)}{(x^2 - 4)(\sqrt{3x+2} + x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(-x-2)}{(x-2)(x+2)(\sqrt{3x+2} + x)} = \frac{-4-4-1}{(4)(12)} = \frac{-9}{48} \end{aligned}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - [x]}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{(x^2 - 2x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x(1 + \sin x)}{(1 - \sin^2 x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\cos x(1 + \sin x)}{\cos^2 x} = \frac{2}{0} = -\infty$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\sqrt{x^2 - 4}}{3x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x|x|}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{3x^2} = -\frac{1}{3}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵۰ و ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

اولاً باید $x = \frac{\pi}{3}$ ریشه مخرج باشد.

$$a(\sqrt{3})^2 + 6 = 0 \Rightarrow 3a + 6 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}^-} \frac{-2x + b}{-2 \tan^2 x + 6} = -\infty$$

$$x < \frac{\pi}{3} \Rightarrow \tan^2 x < 3 \Rightarrow -2 \tan^2 x + 6 > 0$$

$$-2 \frac{\pi}{3} + b < 0 \Rightarrow b < \frac{2\pi}{3}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۵۰ و ۵۷)

یعنی مخرج صفر مثبت است و حد نامتناهی $-\infty$ است، پس:

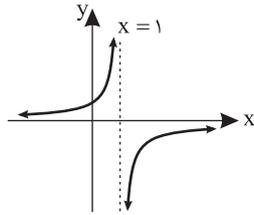
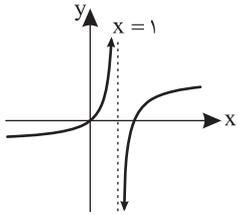


پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

یعنی اگر $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ با مقادیر بزرگتر از ۱ به عدد ۱ نزدیک شود، حاصل حد برابر $-\infty$ می‌باشد. به معنای آن است که مقادیر تابع از هر عدد منفی دلخواهی کمتر

است بنابراین یعنی وقتی x با مقادیر بزرگتر از ۱ به ۱ نزدیک می‌شود، مقادیر تابع از هر عدد منفی دلخواهی کمتر است. (نمره ۰/۲۵)

یعنی وقتی $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ با مقادیر کمتر از ۱ به ۱ نزدیک می‌شود، مقادیر تابع از هر عدد مثبتی بزرگتر می‌شود. (نمره ۰/۲۵)



رسم دو شکل با هم (نمره ۰/۲۵)

مسئله بی‌شمار جواب دارد.

(نمره ۰/۲۵)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۵۷ و ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۳: (هر مورد ۰/۵ نمره)

الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$

ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$

د) $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} = +\infty$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + \frac{2}{x} - 3}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x - 2)}{x(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x} = 0 \Rightarrow f'(1) = 0 \end{aligned}$$

برای نوشتن خط مماس با توجه به آنکه $f'(1) = 0$ و $A(1, 3)$ نقطه مماس است، پس $y = 3$ خط مماس است.

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۶۶ و ۷۶)

پاسخ سؤال ۱۵: (۲ نمره)

معادله خط مماس $y = 2x - 1$ است. پس $f(1) = 1$ و $f'(1) = 2$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{(x-1)(x^2+x+1)} &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} \cdot \frac{f(x) + f(1)}{x^2+x+1} \\ &= f'(1) \times \frac{2f(1)}{3} = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۶۶ و ۷۶)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) درست، زیرا در تابع یک به یک هم مؤلفه‌های اول دو به دو متمایزند (f تابع است) و هم مؤلفه‌های دوم دو به دو متمایزند (f یک به یک است) پس اگر f^{-1} را به دست آوریم آنگاه هم مؤلفه‌های اول و هم مؤلفه‌های دوم دو به دو متمایز خواهند شد در نتیجه f^{-1} تابعی یک به یک است.

$$\min = c - |a| \xrightarrow{\substack{c=1 \\ a=-4}} 1 - 4 = -3$$

(ب) نادرست

(ج) درست

$$f(1) = 0$$

$$f(1) = 1^3 + a(1)^2 + 4(1) - 1 = a + 4 = 0 \Rightarrow a = -4$$

(د) نادرست

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۸، ۲۹ و ۳۵)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) $A(-1, -1)$

(ب) $[-4, 12]$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱ و ۲۱)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

$$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$D_g: [-1, 3], D_f: \mathbb{R} - \{-2\}$$

$$D_{\text{gof}} = \left\{ x \in \mathbb{R} - \{-2\} \mid \frac{3}{x+2} \in [-1, 3] \right\} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$-1 \leq \frac{3}{x+2} \leq 3 \xrightarrow{\substack{\text{طرفین را منهای} \\ \text{یک می‌کنیم}}} -2 \leq \frac{3}{x+2} - 1 \leq 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{3-x-2}{x+2} \leq 2$$

$$-2 \leq \frac{1-x}{x+2} \leq 2 \Rightarrow \left| \frac{x-1}{x+2} \right| \leq 2 \Rightarrow |x-1| \leq |2x+4| \Rightarrow x^2 - 2x + 1 \leq 4x^2 + 16 + 16x \Rightarrow 3x^2 + 18x + 15 \geq 0$$

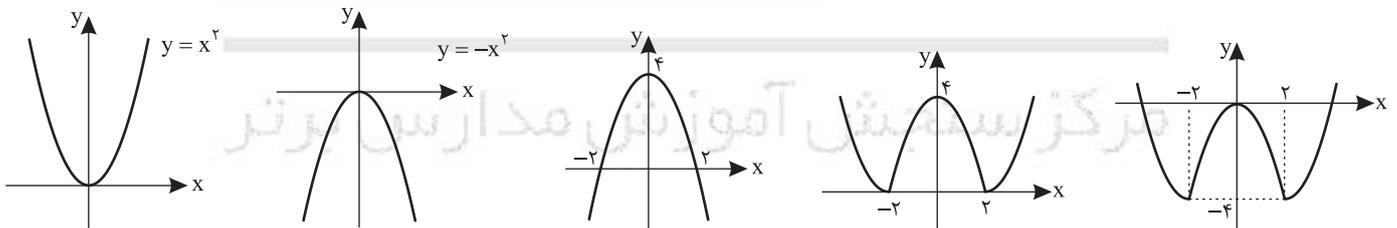
$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -5 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{ccc} -5 & -1 \\ + & - \\ \hline & \end{array} \right. \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$(II) (-\infty, -5] \cup [-1, +\infty)$$

$$D_{\text{gof}}: (I) \cap (II) \Rightarrow D_{\text{gof}}: (-\infty, -5] \cup [-1, +\infty) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۴)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)



(نمره ۰/۲۵)

(نمره ۰/۲۵)

f در بازه‌های $[-\infty, -2]$ و $[0, 2]$ نزولی اکید است. (نمره ۰/۵)

در بازه‌های $[2, +\infty)$ و $[-2, 0]$ صعودی اکید است. (نمره ۰/۵)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۷ و ۱۷)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

$$y = \frac{1}{\lambda}x - 3 \Rightarrow \lambda y = x - 24 \Rightarrow x = \lambda y + 24$$

$$f^{-1}(x) = \lambda x + 24 \Rightarrow f^{-1}(5) = 64 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$y = x^3 \Rightarrow x = \sqrt[3]{y} \Rightarrow g^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$g^{-1} \circ f^{-1}(5) = g^{-1}(64) = \sqrt[3]{64} = 4 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۲۱ و ۲۷)



پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

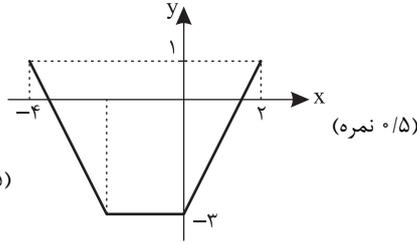
$$y = f(x-1), g(x) = 2f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$$

۱) $x \rightarrow x+1$ یک واحد چپ $y = f(x)$ (نمره ۰/۲۵)

۲) $x \rightarrow \frac{x}{2}$ ۲ انبساط افقی با ضریب $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ (نمره ۰/۲۵)

۳) $f(x) \rightarrow 2f(x)$ ۲ انبساط عمودی با ضریب $y = 2f\left(\frac{x}{2}\right)$ (نمره ۰/۲۵)

۴) $f(x) \rightarrow f(x)+1$ یک واحد بالا $y = 2f\left(\frac{x}{2}\right) + 1$ (نمره ۰/۲۵)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

دوره تناوب برابر $\frac{\pi}{4}$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow |b| = 8 \Rightarrow b = \pm 8 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\begin{cases} \max = c + |a| = \frac{1}{3} \\ \min = c - |a| = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow 2c = 0 \Rightarrow c = 0 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\frac{c+|a|=\frac{1}{3}}{c-|a|=-\frac{1}{3}} \Rightarrow |a| = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{3} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

اگر $ab > 0$ آنگاه نمودار $y = a \sin(bx) + c$ در بازه $[0, T]$ به صورت و در غیر این صورت به صورت است. با توجه به نمودار ab باید عددی منفی باشد و در نتیجه مقادیر a و b به فرم زیر است.

$$b = 8, a = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = -\frac{1}{3} \sin 8x \text{ (نمره ۰/۲۵)} \text{ یا } b = -8, a = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3} \sin(-8x)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$\max = 3 \min \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{2} \Rightarrow b = \frac{4}{3} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\max = a + b = a + \frac{4}{3} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\min = a - b = a - \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow a + \frac{4}{3} = 2\left(a - \frac{4}{3}\right) \Rightarrow a = \frac{4}{3} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + 2^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{4}{5} \checkmark \text{ (نمره ۰/۵)}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۱۰: (۲ نمره)

$$\text{الف) } \sin 3x = \sin 5x \Rightarrow \sin 5x = \sin 3x \Rightarrow \begin{cases} \Delta x = 2k\pi + 3x \Rightarrow 2x = 2k\pi \Rightarrow x = k\pi \\ \Delta x = 2k\pi + \pi - 3x \Rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \end{cases} \text{ (نمره ۰/۵)}$$

$$\text{ب) } \cos 2x + \cos x - 2 = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 + \cos x - 2 = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x + \cos x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi \\ \cos x = -\frac{3}{2} \text{ غنی} \end{cases} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)



پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

$$f(1) = 2 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$f(-1) = 5 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$3f(2x-1) + f(2x+1) = xQ(x) + r \xrightarrow{x=0} 3f(-1) + f(1) = 0 + r \Rightarrow r = 15 + 2 = 17 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۱۲: (۲/۵ نمره)

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x^2 - 3x + 4)}{(\sqrt{x}-1)} \times \frac{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)(2)}{(x-1)} = 9 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2(3 + \frac{4\sqrt{x}}{x^2})}{-x^2(1 - \frac{1}{x^2})} = \frac{3x^2}{-x^2} = -3 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[\sin x] - 2}{2x - \pi} = \frac{[\sin(\frac{\pi}{2})^+] - 2}{2(\frac{\pi}{2})^+ - \pi} = \frac{[1^-] - 2}{\pi^+ - \pi} = \frac{-2}{0^+} = -\infty \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)

وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ و حاصل حد برابر عددی غیر صفر می شود، باید درجه صورت و مخرج کسر با هم برابر باشند.

$$\text{درجه صورت کسر } = 3 \Rightarrow \text{درجه مخرج کسر } = 3 \Rightarrow b = 3 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(نمره ۰/۲۵)

همچنین حاصل حد برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + x^2 + 1}{6x^b - 1} \stackrel{b=3}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3}{6x^3} = \frac{a}{6} = \frac{-2}{3} \Rightarrow 3a = -12 \Rightarrow a = -4 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(نمره ۰/۲۵)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵۷)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۷۵ نمره)

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 3)}{x - 1} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$f'(1) = 5 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\begin{cases} f(1) = 3 \\ y = mx + h \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5x + h \\ A(1, 3) \end{cases} \quad (\text{نمره } 0/25) \Rightarrow 3 = 5 + h \Rightarrow h = -2 \Rightarrow y = 5x - 2 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۵)

پاسخ سؤال ۱۵: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

الف) نادرست، در نقطه‌ای مانند C خط مماس زاویه‌ای منفرجه با محور xها ساخته است و در نتیجه شیب خط مماس در این نقطه منفی است.

$$90^\circ > \hat{A} > \hat{B} > 0^\circ \Rightarrow \tan A > \tan B \Rightarrow m_A > m_B$$

ب) نادرست، زیرا

$$m_A > m_B > m_E \Rightarrow 90^\circ > \hat{A} > \hat{B} > \hat{E}$$

ج) درست، زیرا

د) درست، زیرا خط مماس در این نقاط شیب منفی دارند.

$$m_D > m_C \Rightarrow \tan D > \tan C \Rightarrow \hat{D} > \hat{C}$$

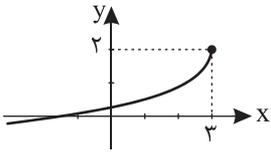
ه) نادرست، زیرا

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۶)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) نادرست، با رسم نمودار تابع داریم:



و می دانیم:

$$D_{(g \circ g^{-1})(x)} = D_{g^{-1}} = R_g = (-\infty, 2]$$

ب) نادرست، زیرا: $2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

ج) درست، $R = (-1)^3 - 4(-1)^2 + 3 = -2$

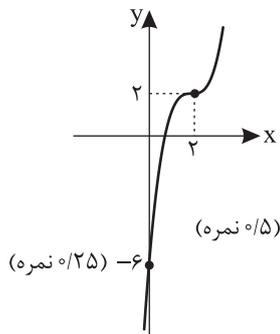
(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۲۸، ۳۹ و ۵۱)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۲۵ نمره)

ابتدا به کمک اتحاد مکعب دو جمله ای $(x-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ ضابطه تابع را ساده می کنیم:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 8 - 6 \Rightarrow f(x) = (x-2)^3 + 2 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

نمودار $y = x^3$ را ۲ واحد به راست و ۲ واحد به بالا انتقال می دهیم.



(نمره ۰/۵)

(نمره ۰/۲۵)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۰)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

ابتدا باید دامنه تابع $f(x)$ و $g(x)$ را به دست آوریم:

$$-1 \leq x \leq 2 \xrightarrow{\times(-1)} -2 \leq -x \leq 1 \xrightarrow{+1} -1 \leq 1-x \leq 2$$

$$D_f: [-1, 2] \quad (\text{نمره } ۰/۲۵), \quad g(x) = \sqrt{x-2}, \quad D_g = [2, +\infty) \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$D_{f \circ g} : \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [2, +\infty) \mid \sqrt{x-2} \in [-1, 2]\} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$-1 \leq \sqrt{x-2} \leq 2 \Rightarrow \sqrt{x-2} \leq 2 \Rightarrow x-2 \leq 4 \Rightarrow x \leq 6 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

همواره برقرار

$$D_{f \circ g}(x) = [2, 6] \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۳۳)

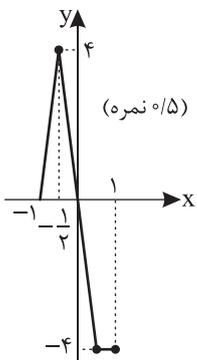
پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

الف)

۱) $x \rightarrow 2x$; $y_1 = f\left(\frac{2x}{2}\right) - 1 = f(x) - 1$ (نمره ۰/۲۵) دامنه نصف می شود.

۲) $x \rightarrow (-x)$; $y_2 = f(-x) - 1$ (نمره ۰/۲۵) دامنه قرینه می شود.

۳) $y_3 = 2y_2$; $y = -2f(-x) + 2$ (نمره ۰/۲۵) برد (-2) برابر می شود.



$$(-2, 2) \rightarrow (1, -4)$$

$$(-1, 2) \rightarrow \left(\frac{1}{2}, -4\right)$$

$$(0, 0) \rightarrow (0, 0)$$

$$(1, -2) \rightarrow \left(-\frac{1}{2}, 4\right)$$

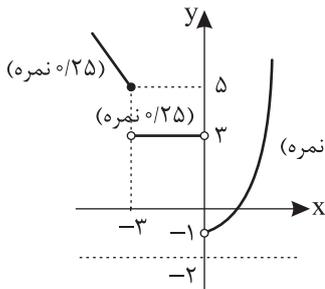
$$(2, 0) \rightarrow (-1, 0)$$

$$(g \circ f)(0) = g(f(0)) = g(0) = -4 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(رسم درست نمودار با روش تبدیل یا نقطه‌یابی بارم تعلق گیرد.)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)



$$(-\infty, -3] \text{ نزولی اکید (نمره } 0/25)$$

$$(-3, 0) \text{ ثابت (نمره } 0/25)$$

$$[0, +\infty) \text{ صعودی اکید (نمره } 0/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۰)

پاسخ سؤال ۶: (هر مورد ۵/۵ نمره)

$$\text{الف) } (g \circ f)^{-1}(0) = (f^{-1} \circ g^{-1})(0) = f^{-1}(-2) = -1$$

$$g^{-1}(0) = A \Rightarrow g(A) = 0 \Rightarrow 2A + 4 = 0 \Rightarrow A = -2$$

$$f^{-1}(-2) = B \Rightarrow f(B) = B^3 - 1 = -2 \Rightarrow B^3 = -1 \Rightarrow B = -1$$

$$\text{ب) } f(g^{-1}(4)) = f(0) = -1$$

$$g^{-1}(4) = C \Rightarrow g(C) = 2C + 4 = 4 \Rightarrow C = 0$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

با توجه به جواب‌های کلی داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow a \cos^2 \frac{\pi}{3} + b \cos \frac{\pi}{3} + 3 = 0 \\ x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow a \cos^2 \frac{2\pi}{3} + b \cos \frac{2\pi}{3} + 3 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + 3 = 0 \quad (\text{نمره } 0/5) \\ \frac{a}{4} - \frac{b}{2} + 3 = 0 \quad (\text{نمره } 0/5) \end{array} \right. \Rightarrow \frac{a}{2} + 6 = 0 \Rightarrow \frac{a}{2} = -6 \Rightarrow a = -12, b = 0$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۶)



پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$\frac{\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}} = 3 \Rightarrow \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = 3$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2} \sin \alpha} = 3 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{3} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(نمره ۰/۲۵)

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{2 \times 4}{9} = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\cos 4\alpha = 2\cos^2 2\alpha - 1 = 2\left(\frac{1}{9}\right)^2 - 1 = \frac{2}{81} - 1 = \frac{-79}{81} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۴۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

با توجه به شکل فاصله هر دو قله متوالی یک دوره تناوب است:

$$2T = \frac{9}{\sqrt{3}} - \left(-\frac{3}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow 2T = 6 \Rightarrow T = 3 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 3 \Rightarrow |b| = \frac{2\pi}{3} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\begin{cases} |a| + c = 1 \\ -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow \begin{cases} c = -1 \\ |a| = 2 \end{cases} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

با توجه به اینکه شکل شبیه $-\cos x$ است بنابراین $a < 0$ (نمره ۰/۲۵) است و علامت b نیز مهم نیست.

$$y = -2\cos\left(\frac{2\pi}{3}x\right) - 1 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(اگر ضابطه تابع به صورت‌های دیگر هم به صورت درست نوشته شده بارم به تناسب تقسیم گردد.)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۴۱)

پاسخ سؤال ۱۰: (هر مورد ۱ نمره)

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x+1)(3x^2 - 8x + 4)}{\sqrt{x+9} + 2x} \times \frac{\sqrt{(x+9)^2 - 2x\sqrt{(x+9)} + 4x^2}}{\sqrt{(x+9)^2 - 2x\sqrt{(x+9)} + 4x^2}} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{12(x+1)(3x^2 - 8x + 4)}{8x^2 + x + 9} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{12(x+1)(3x^2 - 8x + 4)}{(x+1)(8x^2 - 8x + 9)} = \frac{36}{5} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^3} + 5x}{\sqrt{4x^2 - 3x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x}{|2x| - 3x} = \frac{6x}{-5x} = \frac{-6}{5} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[-x] + 1}{\sin^2 x} = \frac{[0^-] + 1}{(0^+)^2} = \frac{-1 + 1}{0^+} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[-x] + 1}{\sin^2 x} = \frac{[0^+] + 1}{0^+} = \frac{1}{0^+} = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[-x] + 1}{\sin^2 x} \text{ وجود ندارد} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

باید $2a + \cos x = \pi$ به ازای x برابر صفر باشد:

$$2a + \cos \pi = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{2}x^3 + 2x + 1}{2x^3 - 6x^2 + 1} = \frac{\frac{1}{2}x^3}{2x^3} = \frac{1}{4} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵۷)



پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = [2^-] = 1$ (نمره ۰/۵)

ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ (نمره ۰/۵)

ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = [2^+] = 2$ (نمره ۰/۵)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x} - 0}{x - 1} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{(x-1)(2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{2(x-1)} = \frac{1}{2}$$

$$f(1) = 0, f'(1) = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

(اگر برای محاسبه مشتق از تعریف دیگر هم استفاده شده بارم به تناسب تقسیم شود.)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۵)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱ نمره)

معادله خط را با معلوم بودن شیب و یک نقطه به دست می آوریم:

$$\begin{cases} m = -2 \\ f(-1) = 3 \end{cases} \Rightarrow y = -2x + h \xrightarrow{(-1, 3)} 3 = 2 + h \Rightarrow h = 1$$

$$y = -2x + 1 \begin{cases} A \rightarrow x = -3; y_A = 6 + 1 = 7 \Rightarrow A(-3, 7) \\ B \rightarrow x = \frac{1}{4}; y_B = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow B(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}) \end{cases}$$

(برای راه حل های دیگر بارم به تناسب تقسیم گردد.)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۶)

سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
مصطفی دیداری	ایمان رحیمی - طیبه ملائی	علیرضا فاطمی - ابوالفضل فروغی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) نادرست (در دامنه‌اش غیریکنوا است).

ب) درست

ج) نادرست (تابع در همسایگی راست ۲ تعریف نشده است چون مخرج صفر مطلق می‌شود).

د) نادرست (شیب L_1 منفی‌تر و از L_2 کمتر است).

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۸، ۳۹، ۵۴ و ۶۶)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

ج) $6, (2(-1)^3 - 3(-1) + 5 = 6) + \infty$

ب) $a - 2$

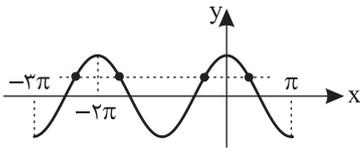
الف) $\frac{1}{k}$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۱۹، ۳۵، ۵۰ و ۵۶)

پاسخ سؤال ۳: (هر مورد ۵/۰ نمره) (فقط به گزینه درست بارم کامل اختصاص داده شود)

الف) گزینه ۲ $(D_f^{-1} = R_f = (-\infty, 3])$

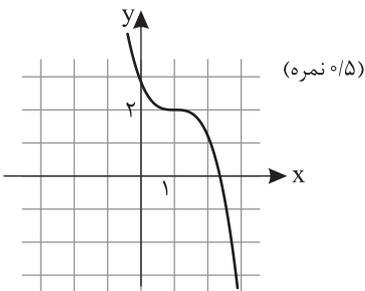
ب) گزینه ۴



ج) گزینه ۳

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۲۷، ۴۶ و ۵۳)

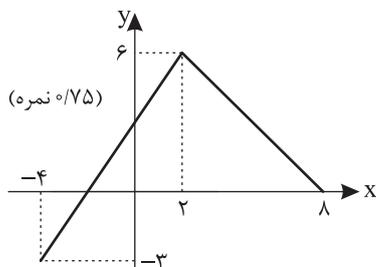
پاسخ سؤال ۴: (۵/۰ نمره)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۵)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

$R = [-3, 6]$ (نمره ۲۵/۰)



(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۰)

$$A \begin{array}{l} -4 \xrightarrow{\times(-2)} 8 \\ \cdot \xrightarrow{\times 3} \cdot \end{array} \Rightarrow A' \begin{array}{l} 8 \\ \cdot \end{array}$$

$$B \begin{array}{l} -1 \longrightarrow 2 \\ 2 \longrightarrow 6 \end{array} \Rightarrow B' \begin{array}{l} 2 \\ 6 \end{array}$$

$$C \begin{array}{l} 2 \longrightarrow -4 \\ -1 \longrightarrow -3 \end{array} \Rightarrow C' \begin{array}{l} -4 \\ -3 \end{array}$$

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$D_f : x \geq 0, D_g : x \neq \pm 1 \Rightarrow D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$ (نمره ۲۵/۰)

$\Rightarrow \{x \geq 0 \mid \underbrace{3 - \sqrt{x} \neq \pm 1}_{x \neq 4, 16}\} = [0, +\infty) - \{4, 16\}$
 (نمره ۲۵/۰) (نمره ۲۵/۰) (نمره ۲۵/۰)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۱۳)



پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$(fog)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1} \Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(-1)) = g^{-1}(-8) = -\frac{17}{8} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} = -1 \Rightarrow \sqrt{x} = -2 \Rightarrow x = -8 \Rightarrow f^{-1}(-1) = -8 & (\text{نمره } 0/25) \\ \frac{1}{x+2} = -8 \Rightarrow -8x - 16 = 1 \Rightarrow -8x = 17 \Rightarrow x = -\frac{17}{8} & (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

(برای راه حل های دیگر هم بارم به تناسب تقسیم گردد.)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$y = 4x - x^2 - 4 + 4 = -(x-2)^2 + 4 \Rightarrow (x-2)^2 = 4 - y \Rightarrow |x-2| = \sqrt{4-y}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \Rightarrow x-2 = \sqrt{4-y} \Rightarrow x = 2 + \sqrt{4-y} \Rightarrow f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{4-x} & (\text{نمره } 0/25) \\ x < 2 \Rightarrow x-2 = -\sqrt{4-y} \Rightarrow x = 2 - \sqrt{4-y} \end{cases}$$

$$D_f = R_{f^{-1}} = [2, +\infty) \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$R_f = D_{f^{-1}} = (-\infty, 4] \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۲۸)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

(الف)

$$fog = \{(7, 8), (-2, 3), (3, 5)\} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(ب) اکیداً صعودی (چون $3 < 5 < 8 \Rightarrow -2 < 3 < 7$) (نمره ۰/۲۵)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه های ۶ و ۱۴)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

$$\begin{cases} |a| + c = 2 & (\text{نمره } 0/25) \\ -|a| + c = -4 & (\text{نمره } 0/25) \end{cases} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = 3 \xrightarrow{a < 0} a = -3 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$2T = 6\pi \Rightarrow T = 3\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi \Rightarrow |b| = \frac{2}{3}$$

علامت b مهم نیست پس b می تواند $\pm \frac{2}{3}$ باشد. (نمره ۰/۲۵)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۳۵)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

$$(\alpha = 22,5^\circ)$$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos \alpha \sin \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\sin 2\alpha} = \frac{2}{\sin 45^\circ} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۲: (۲ نمره)

$$\text{الف) } \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x \Rightarrow \cos 2x = \cos x \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi & (\text{نمره } 0/25) \\ x = \frac{2k\pi}{3} & (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

$$\text{ب) } \cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x + 3\sin x - 1 = 0 \Rightarrow -2\sin^2 x + 3\sin x = 0 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow \sin x(-2\sin x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi & (\text{نمره } 0/25) \text{ یا } (x = 2k\pi, x = 2k\pi + \pi) \\ \sin x = \frac{3}{2} & (\text{نمره } 0/25) \text{ جواب ندارد} \end{cases}$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، تمرین ۳ صفحه ۴۸)



پاسخ سؤال ۱۳: (۳ نمره)

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{3 - \sqrt{2x+1}}{|4-x|} \times \frac{3 + \sqrt{2x+1}}{3 + \sqrt{2x+1}} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{9 - 2x}{(x-4)(3 + \sqrt{2x+1})} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{-2(x-4)}{(x-4)(3 + \sqrt{2x+1})} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{x[x]-1}{-x^2+9} = \frac{(-3)(-3)-1}{0^-} = \frac{8}{0^-} = -\infty \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{yx^2 - 4x + 1}{(2x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{yx^2}{4x^2} = \frac{y}{4} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{2-\frac{1}{x}} = \frac{2-3}{2-0} = -\frac{1}{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه‌های ۵۳، ۵۶، ۵۷، ۶۳ و ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۴: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

۰-∞ (د)

+∞ (ج)

۱ (ب)

+∞ (الف)

۱ (ه)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۶۴)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱ نمره)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2f(3+h) - 4}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(f(3+h) - f(3))}{h} = 2f'(3) = 1 \Rightarrow f'(3) = \frac{1}{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\text{خط معادله: } y - 2 = \frac{1}{2}(x - 3) \quad (\text{نمره } 0/25) \text{ یا } (y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2})$$

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۱)

پاسخ سؤال ۱۶: (۱/۲۵ نمره)

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 - x^3 - (-3)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-(x^3 + 1)}{x + 1} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-(x+1)(x^2 - x + 1)}{x + 1} = -3 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(اگر از تعریف دیگر مشتق استفاده شده بارم به تناسب تقسیم گردد.)

(ریاضی تجربی دوازدهم، صفحه ۷۶)

سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
مصطفی دیداری	مصطفی دیداری - ایمان رحیمی - طیبه ملائی	علیرضا فاطمی - ابوالفضل فروغی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین‌الدین تقی‌زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان