



دفترچه سوال

هندسه پایه دهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول



مرکز پژوهش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۴

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۲	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. الف) در استدلال ..... از جزء به کل می‌رسیم. ب) در مثلث دلخواه $ABC$ از هر رأس خطی موازی ضلع مقابل آن رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط $M$ ، $N$ و $P$ قطع کنند. در این صورت ارتفاع‌های مثلث $ABC$ ، ..... مثلث $MNP$ هستند. ج) در هر مثلث نسبت اندازه‌های هر دو ضلع با عکس نسبت ..... وارد بر آنها برابر است. د) طول پاره‌خطی که وسط دو ضلع مثلث را به هم وصل می‌کند، ..... ضلع سوم مثلث است.	۱
۱	دو نقطه $A$ و $B$ به فاصله ۵ سانتی‌متر از یکدیگر قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از $A$ به فاصله $2/1$ سانتی‌متر و از $B$ به فاصله $3/9$ سانتی‌متر باشد؟ (با رسم شکل)	۲
۱/۵	یک لوزی رسم کنید که طول قطرهای آن ۳ و ۴ باشد. (روش رسم را توضیح دهید).	۳
۱/۵	ثابت کنید در هر مثلث، نیمسازهای داخلی زاویه‌ها، هم‌مس‌اند.	۴
۱/۵	با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، آنگاه ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر.	۵
۱	نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید. الف) متوازی‌الاضلاع وجود دارد که مستطیل نیست. ب) مجموع زوایای داخلی هر مثلث $180^\circ$ درجه است.	۶
۱/۵	ثابت کنید در هر مثلث مجموع اندازه هر دو ضلع از اندازه ضلع سوم بزرگ‌تر است.	۷
۱	اگر داشته باشیم $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = \frac{2}{7}$ آن‌گاه $x + y + z$ چند است؟	۸
۱/۵	در شکل زیر $d \parallel d'$ و مساحت مثلث $ABC$ ، $16\text{cm}^2$ است. اگر $BD = 12\text{cm}$ باشد، فاصله نقطه $C$ از $BD$ را به دست آورید. 	۹
۱/۵	در شکل زیر $EF$ موازی $BC$ است. با توجه به اندازه‌ها محیط ذوزنقه $EFCB$ را به دست آورید. 	۱۰



مرکز تحقیق و توسعه آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

# آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۴

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۲ از ۲

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	<p>در شکل زیر، می‌دانیم <math>AB \parallel A'B'</math> و <math>BC \parallel B'C'</math>. با استفاده از قضیه تالس و عکس آن ثابت کنید: <math>AC \parallel A'C'</math>.</p>	۱۱
۰/۵	<p>در شکل زیر مقدار <math>y</math> را بیابید.</p>	۱۲
۱/۵	<p>با توجه به شکل مقدار مجهول را بیابید.</p>	۱۳
۱	<p>محیط دو مثلث متشابه ۱۵ و ۳۶ متر است. اگر مساحت مثلث کوچک تر ۵۰ متر مربع باشد، مساحت مثلث بزرگ تر چقدر است؟</p>	۱۴
۱/۵	<p>ثابت کنید در مثلث قائم‌الزاویه <math>ABC</math>، <math>(\hat{A} = 90^\circ)</math> داریم: <math>AB^2 = BH \times BC</math></p>	۱۵
۲۰	جمع بارم	



مرکز تحقیقات آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۱)

ردیف	سؤال	بارم
۱	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. الف) اگر در یک قضیه جای فرض و حکم را عوض کنیم به آنچه حاصل می شود ..... گفته می شود. ب) نقطه ای که از سه ضلع مثلث به یک فاصله باشد، نقطه همرسی ..... است. ج) اگر اندازه ارتفاع های دو مثلث برابر باشد، نسبت مساحت های دو مثلث برابر با نسبت اندازه ..... است که این ارتفاع ها بر آنها وارد شده اند. د) مثال نقض، مثالی است که نشان می دهد یک حکم کلی ..... است.	۲
۲	روش رسم نیمساز یک زاویه را توضیح دهید. (با رسم شکل)	۱
۳	مربعی رسم کنید که طول قطر آن ۳ سانتی متر باشد.	۱
۴	ثابت کنید در هر مثلث، عمود منصف های اضلاع هم رس اند.	۱/۵
۵	با استفاده از برهان خلف ثابت کنید از نقطه ای خارج خط نمی توان بیش از یک عمود بر آن خط رسم کرد.	۱/۵
۶	نقیض گزاره های زیر را بنویسید. الف) یک چهارضلعی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن $360^\circ$ درجه نیست. ب) هر لوزی یک مربع است.	۱
۷	قضیه نامساوی مثلث را بیان و ثابت کنید.	۱/۵
۸	اگر $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{d}{6}$ باشد: الف) مقدار $a + b + c$ را به دست آورید. ب) مقدار $\frac{2a}{b + 3c}$ را به دست آورید.	۱/۵
۹	قضیه تالس را بیان و ثابت کنید.	۱/۵



مرکز پیش‌آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

### پیش‌آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۱

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۱)

صفحه ۲ از ۲

بارم	سؤال	ردیف
۱/۲۵	<p>در شکل زیر <math>MN \parallel BC</math> مقادیر <math>x</math> و <math>y</math> را مشخص کنید.</p>	۱۰
۲	<p>ثابت کنید اگر اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه بین آنها هم‌اندازه باشد، دو مثلث متشابه‌اند.</p>	۱۱
۱/۲۵	<p>طول ضلع‌های مثلث <math>ABC</math>، ۴، ۷ و ۹ است. مثلث <math>DEF</math> با مثلث <math>ABC</math> متشابه است و طول کوچک‌ترین ضلع آن ۱۲ است. الف) محیط مثلث <math>DEF</math> چقدر است؟ ب) نسبت مساحت مثلث <math>DEF</math> به مساحت مثلث <math>ABC</math> چند است؟</p>	۱۲
۱/۵	<p>مطابق شکل <math>\hat{C} = \hat{BDE}</math>. مقادیر <math>x</math> و <math>y</math> را بیابید.</p>	۱۳
۱/۵	<p>در مثلث قائم‌الزاویه <math>ABC</math>، <math>BH = 9</math> و <math>CH = 4</math> است، اندازه‌های زیر را به دست آورید. الف) <math>AH</math> ب) <math>AB</math> ج) <math>AC</math></p>	۱۴
۲۰	جمع بارم	



مرکز پژوهش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

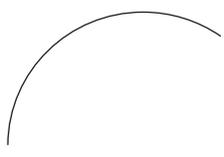
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

پایه: **دهم** (رشته ریاضی)

نام درس: **هندسه** (سری ۲)

بارم	سؤال	ردیف
۲	جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. الف) روش نتیجه گیری براساس مشاهدات محدود را استدلال ..... می نامند. ب) با داشتن طول قطر یک مستطیل، ..... مستطیل می توان رسم کرد. ج) اگر اندازه قاعده های دو مثلث برابر باشند، نسبت مساحت های دو مثلث برابر با نسبت ..... است. د) اگر در دو مثلث متشابه، نسبت تشابه $K$ باشد، نسبت میانه های این دو مثلث برابر ..... است.	۱
۱	در شکل زیر قسمتی از یک دایره رسم شده است. چگونه می توان این دایره را کامل کرد؟ 	۲
۱	متوازی الاضلاعی رسم کنید که طول قطرهاش ۳ و ۵ باشد. (روش رسم را توضیح دهید).	۳
۱/۵	اگر $O$ محل همرسی عمودمنصف های مثلث $ABC$ و $OA = 2x + 1$ و $OB = 3x - 4$ و $OC = y + 3$ باشد، مقادیر $x$ و $y$ را بیابید.	۴
۱/۵	ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبه رو به ضلع بزرگ تر، بزرگ تر است از زاویه روبه رو به ضلع کوچک تر.	۵
۱/۵	در مثلث قائم الزاویه کدام یک از موارد زیر درست و کدام یک نادرست است؟ الف) نقطه همرسی عمودمنصف ها روی رأس قائمه است. ب) ارتفاع وارد بر وتر، بزرگ ترین ارتفاع مثلث است. ج) اگر ارتفاع وارد بر وتر را رسم کنیم، دو مثلث ایجاد شده با مثلث اولیه متشابه اند.	۶
۱/۵	در مثلث $ABC$ ، نیمساز $AD$ را رسم کرده ایم. ثابت کنید $AB + AC > BC$	۷
۰/۵	واسطه هندسی دو پاره خط به طول های ۹ و ۴ را به دست آورید.	۸



مرکز پیش‌آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

# پیش‌آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۱

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

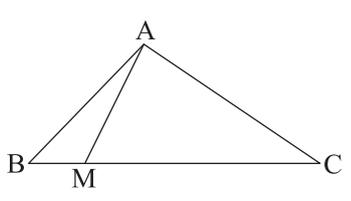
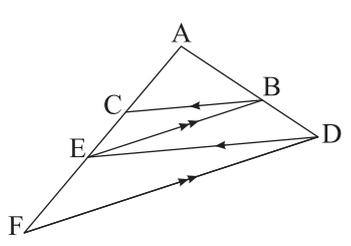
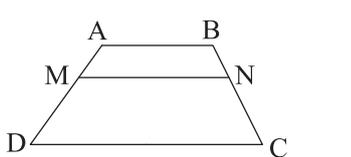
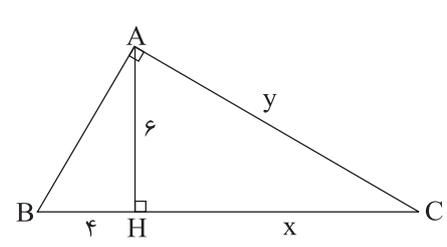
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۲ از ۲

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۲)

بارم	سؤال	ردیف
۱	<p>نقطه M روی ضلع BC طوری قرار گرفته که آن را به نسبت ۱ به ۴ تقسیم کرده است. نسبت مساحت مثلث ABM به مساحت مثلث ABC را به دست آورید.</p> 	۹
۲	<p>در شکل زیر <math>BC \parallel DE</math> و <math>BE \parallel DF</math> است. به کمک تالس نشان دهید AE واسطه هندسی بین AC و AF است. (یعنی <math>AE^2 = AC \cdot AF</math>)</p> 	۱۰
۲	<p>در دوزنقه زیر <math>AB \parallel CD</math> و <math>MN \parallel AB</math> ثابت کنید: <math>\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}</math></p> 	۱۱
۲	<p>ثابت کنید هرگاه دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.</p>	۱۲
۱	<p>دو مثلث متشابه‌اند. اگر مساحت یکی ۱۲ و مساحت دیگری ۷۵ باشد، نسبت محیط‌ها چقدر است؟</p>	۱۳
۱/۵	<p>در شکل زیر مقادیر x و y را به دست آورید.</p> 	۱۴
۲۰	جمع بارم	



باسمه تعالی

## آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)



نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

کلاس:

پایه: دهم (رشته ریاضی)

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۹

صفحه ۱ از ۴

ردیف	سؤال	بارم
۱	جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید. الف) هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد ..... قرار دارد. ب) در مثلث دلخواه $ABC$ از هر رأس، خطی موازی ضلع مقابل آن رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط $M, N$ و $P$ قطع کنند. در این صورت، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث $MNP$ برای مثلث $ABC$ نقطه هم‌رسی ..... می‌باشند. ج) به استدلالی که نتیجه‌گیری بر اساس، واقعیت‌هایی که درستی آنها را قبلاً پذیرفته‌ایم باشد، استدلال ..... می‌گوییم.	۱/۵
۲	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) در هر مثلث، هر ارتفاع از هر کدام از سه ضلع مثلث، کوچک‌تر است. ب) هر دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم‌نهشت‌اند. ج) در هر مثلث، پاره‌خطی که وسط‌های دو ضلع مثلث را به هم وصل می‌کند، با ضلع سوم موازی و نصف آن است. د) هر گاه دو چند ضلعی با نسبت تشابه $k$ ، متشابه باشند، نسبت مساحت‌های آنها نیز برابر $k$ است.	۱
۳	یک لوزی رسم کنید که طول قطرهای آن ۴ و ۳ سانتی‌متر باشد. روش رسم را توضیح دهید.	۱/۵
۴	ثابت کنید در هر مثلث عمودمنصف‌ها هم‌رسانند.	۱/۵
۵	ثابت کنید از یک نقطه خارج خط نمی‌توان بیش از یک خط عمود بر آن خط رسم کرد.	۱



باسمه تعالی



# آزمون تشریحی مدارس سلام

مجموعه مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۹

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

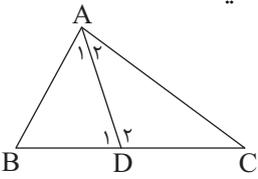
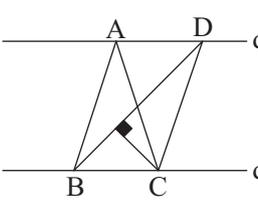
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۲ از ۴

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۱	الف) نقیض گزاره «یک چهارضلعی وجود دارد که مجموع زاویه‌های داخلی آن ۳۶۰ درجه نیست» را بنویسید.  ب) قضیه «اگر دو دایره شعاع‌های برابر داشته باشند، آن‌گاه مساحت‌های برابر دارند.» را به صورت دوشرطی بنویسید.	۶
۱/۵	فرض کنیم $ABC$ مثلثی دلخواه و $AD$ نیمساز زاویه $A$ باشد. دلایل هر یک از نتایج زیر را بنویسید.  الف) $\hat{D}_2 > \hat{A}_1$ ، زیرا .....  ب) $\hat{D}_2 > \hat{A}_2$ ، زیرا .....  ج) $AC > DC$ ، زیرا .....	۷
۱	اگر $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{6} = \frac{5}{11}$ ، حاصل $a + b + c$ را به دست آورید.	۸
۱/۵	در شکل مقابل $d \parallel d'$ و مساحت مثلث $ABC$ ، برابر $۸ \text{ cm}^2$ است. اگر $BD = ۶ \text{ cm}$ ، فاصله نقطه $C$ از پاره خط $BD$ چقدر است؟ 	۹



باسمه تعالی

# آزمون تشریحی مدارس سلام



(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۹

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

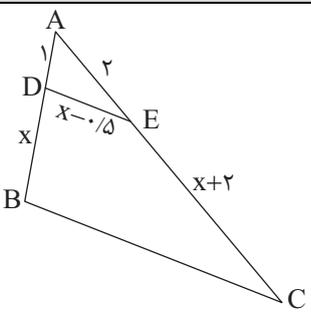
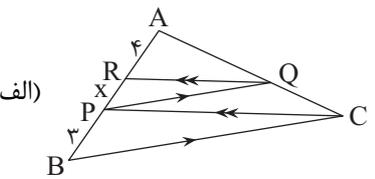
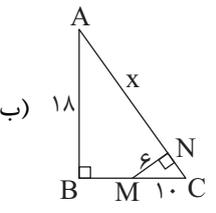
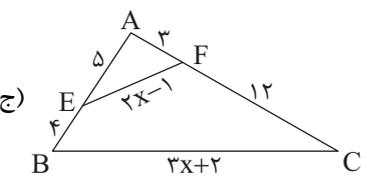
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۳ از ۴

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۲	 <p>در شکل زیر <math>DE</math> موازی <math>BC</math> است. محیط مثلث <math>ABC</math> را به دست آورید.</p>	۱۰
۳	<p>(الف)</p>  <p>(ب)</p>  <p>(ج)</p> 	۱۱



باسمه تعالی

## آزمون تشریحی مدارس سلام

س ل م  
مجموعه مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۹

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

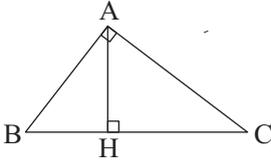
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۴ از ۴

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	<p>در مثلث قائم‌الزاویه زیر، اگر <math>AH</math> ارتفاع وارد بر وتر باشد، ثابت کنید <math>AC^2 = CH \times BC</math>.</p> 	۱۲
۱	<p>طول اضلاع یک مثلث ۱۱ و ۱۳ و ۱۵ واحد است. طول بلندترین ضلع مثلثی متشابه آن ۱۰ واحد است.</p> <p>(الف) محیط مثلث دوم چقدر است؟</p> <p>(ب) نسبت مساحت مثلث بزرگ‌تر به کوچک‌تر چقدر است؟</p>	۱۳
۱	<p>ثابت کنید در دو مثلث متشابه، نسبت اندازه‌های دو نیمساز متناظر، با نسبت تشابه برابر است.</p>	۱۴
۲۰	جمع بارم	



باسمه تعالی

س ل م  
مجموعه مدارس سلام

### پیش آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

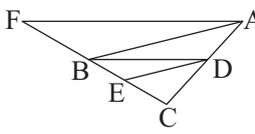
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۲	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی ..... قرار دارد.</p> <p>ب) نقطه همرسی عمودمنصف‌های ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه ..... قرار دارد.</p> <p>ج) در هر مثلث نسبت اندازه‌های هر دو ضلع با عکس نسبت ..... برابر است.</p> <p>د) اگر دو مثلث قاعده مشترک داشته و رأس‌های روبه‌روی این قاعده روی یک خط موازی این قاعده باشند، این دو مثلث .....</p>	۱
۲	<p>درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) در هر مثلث، هر زاویه خارجی از زاویه داخلی غیرمجاورش بزرگتر است.</p> <p>ب) در هر مثلث، اندازه بزرگترین زاویه از ۵ برابر اندازه کوچکترین زاویه، کوچکتر است.</p> <p>ج) در استدلال استقرایی از جزء به کل می‌رسیم.</p> <p>د) مثلث‌های تشکیل شده بین قطرهای دوزنقه و ساق‌های آن، مساحت‌های برابر دارند.</p>	۲
۱/۵	<p>روش رسم متوازی‌الاضلاعی که قطرهای آن ۵ و ۸ است را توضیح دهید و آن را رسم کنید، سپس بگویید با این اطلاعات چند متوازی‌الاضلاع می‌توان رسم کرد.</p>	۳
۲	<p>ثابت کنید سه ارتفاع هر مثلث هم‌رس‌اند.</p>	۴
۱/۵	<p>با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلث دو زاویه نابرابر باشند، آن‌گاه ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر.</p>	۵
۱	<p>اگر <math>\frac{2x-y}{3x+2y} = \frac{2z-1}{z+6} = \frac{x+4y}{y}</math> باشد، مقدار <math>z</math> را به دست آورید.</p>	۶
۱/۵	<p>در شکل زیر <math>AB \parallel DE</math> و <math>DB \parallel AF</math> است. ثابت کنید <math>CB^2 = CE \times CF</math>.</p> 	۷



باسمه تعالی

س ل م  
مجموعه مدارس اسلام

پیش آزمون تشریحی مدارس اسلام

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:

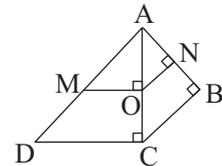
مدرسه:

صفحه ۲ از ۲

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۲	قضیه اساسی تشابه مثلث: ثابت کنید اگر خط راستی موازی یکی از اضلاع مثلثی دو ضلع دیگر (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند، مثلثی با آن‌ها تشکیل می‌دهد که با مثلث اصلی متشابه است.	۸
۲	در شکل روبه‌رو $MC = 4$ و $AC = 6$ است. طول ضلع $BC$ را به دست آورید.	۹
۱/۵	<p>در مثلث <math>ABC</math> با زاویه قائمه <math>A</math>، ارتفاع <math>AH</math> را رسم کنید.</p> <p>الف) ثابت کنید <math>\triangle ABH \sim \triangle ABC</math>.</p> <p>ب) ثابت کنید <math>AB^2 = BH \cdot BC</math>.</p>	۱۰
۱	دو مثلث متشابه‌اند. اگر مساحت یکی ۱۲ و مساحت دیگری ۷۵ باشد، نسبت محیط آن‌ها چقدر است؟	۱۱
۲	<p>در شکل زیر داریم <math>\frac{AM}{AD} = \frac{1}{4}</math>. اگر <math>BC = 4</math> و <math>NB = 6</math> باشد، مساحت مثلث <math>AON</math> چقدر است؟</p>	۱۲
۲۰	جمع بارم	





مرکز بخش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

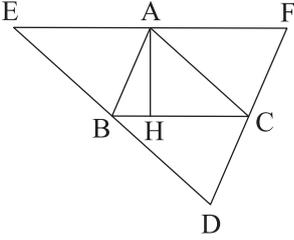
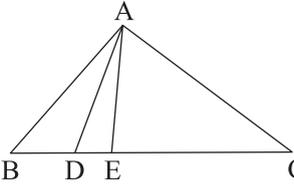
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۱)

بارم	سؤال	ردیف
۲	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>(الف) محل تلاقی نیمسازهای داخلی یک مثلث، همواره ..... مثلث است. (درون - بیرون)</p> <p>(ب) اگر نقطه‌ای از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی ..... قرار دارد.</p> <p>(ج) اگر در یک مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر را رسم کنیم، تعداد مثلث‌های متشابه موجود، ..... تا است.</p> <p>(د) هرگاه اندازه‌های سه ضلع مثلثی با اندازه‌های سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، دو مثلث ..... هستند.</p>	۱
۱/۵	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو سر زاویه به یک فاصله است.</p> <p>(ب) واسطه هندسی دو پاره‌خط به طول‌های <math>10^\circ</math> و <math>8</math> سانتی‌متر، پاره‌خطی به طول <math>4\sqrt{5}</math> سانتی‌متر است. درست / نادرست</p> <p>(ج) هر دو <math>\Pi</math> ضلعی منتظم، همواره با هم متشابه‌اند. درست / نادرست</p>	۲
۱/۵	<p>از یک نقطه خارج یک خط، خطی عمود بر آن رسم کرده و نحوه رسم را توضیح دهید.</p>	۳
۱	<p>نقیض هر یک از گزاره‌های زیر را بنویسید.</p> <p>(الف) هر لوزی یک مربع است.</p> <p>(ب) مستطیلی وجود دارد که متوازی‌الاضلاع نیست.</p>	۴
۱/۵	<p>از هر یک از رأس‌های مثلث <math>ABC</math>، خطی موازی ضلع روبه‌رو به آن زاویه رسم کرده‌ایم. مثلث <math>DEF</math> به دست آمده است. ثابت کنید ارتفاع وارد بر ضلع <math>BC</math> عمود منصف ضلع <math>EF</math> است.</p> 	۵
۱/۵	<p>ثابت کنید در هر مثلث، طول هر ضلع از مجموع طول دو ضلع دیگر کوچک‌تر است.</p>	۶
۱/۵	<p>در شکل زیر، مساحت مثلث <math>ACE</math> سه برابر مساحت مثلث <math>ADE</math> و دو برابر مساحت مثلث <math>ABD</math> است. نسبت‌های <math>\frac{BC}{DE}</math> و <math>\frac{DE}{BD}</math> را به دست آورید.</p> 	۷



مرکز تحقیقات آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:

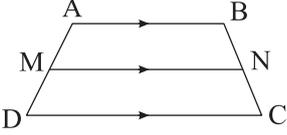
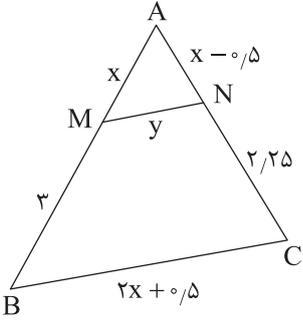
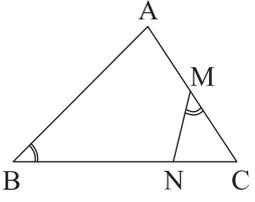
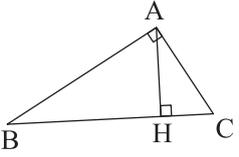
مدرسه:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۱)

صفحه ۲ از ۲

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	<p>اگر <math>AB \parallel MN \parallel DC</math> باشد، ثابت کنید <math>\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}</math>.</p> 	۸
۱/۵	<p>در شکل زیر <math>MN \parallel BC</math>؛ مقادیر <math>x</math> و <math>y</math> را به دست آورید.</p> 	۹
۲	<p>ثابت کنید هرگاه اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه بین آنها هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.</p>	۱۰
۱/۵	<p>در مثلث <math>ABC</math>، از نقطه <math>M</math> وسط <math>AC</math>، زاویه <math>NMC</math> را مساوی زاویه <math>B</math> جدا کرده‌ایم. اگر <math>NC = ۲</math> و <math>NB = ۴</math>، طول <math>AC</math> را به دست آورید.</p> 	۱۱
۱/۵	<p>در مثلث قائم‌الزاویه زیر ثابت کنید <math>AB^2 = BC \cdot BH</math>.</p> 	۱۲
۱/۵	<p>با فرض اینکه دو مثلث متشابه‌اند قسمت الف را اثبات و قسمت ب را حل نمایید.          الف) اگر نسبت اضلاع آنها <math>k</math> باشد، نسبت محیط‌های دو مثلث نیز <math>k</math> است.          ب) طول‌های اضلاع یک مثلث <math>۱۰</math>، <math>۱۲</math>، <math>۱۵</math> سانتی‌متر است و طول بلندترین ضلع مثلثی متشابه آن، <math>۱۰</math> سانتی‌متر است. محیط مثلث دوم را به دست آورید.</p>	۱۳
۲۰	جمع بارم	



مرکز پژوهش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

### پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۲)

بارم	سؤال	ردیف
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. (الف) اگر در یک قضیه، جای فرض و حکم را عوض کنیم به آنچه که حاصل می شود ..... گویند. (ب) اگر در مثلثی اندازه دو زاویه $21^\circ$ و $49^\circ$ باشد، نقطه همرسی ارتفاعها ..... مثلث است. (داخل - خارج) (ج) واسطه هندسی دو عدد $2^3 \times 5 \times 7^2$ و $2^3 \times 5^3 \times 11^2$ عدد ..... است. (د) طول اضلاع مثلثی $10$ ، $12$ و $15$ و طول اضلاع مثلث دیگر $12$ ، $14/4$ و $18$ است. نسبت مساحت مثلث کوچکتر به بزرگتر ..... می باشد.	۱
۱/۵	درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید. (الف) برای یافتن مرکز کمانی از دایره، داشتن ۳ نقطه از کمان دایره لازم و کافی است. (ب) اندازه دو ارتفاع مثلثی ۶ و ۱۵ است. نسبت اضلاع نظیر این ارتفاعها $3/5$ است. (ج) دو مثلث متشابهاند هرگاه زوایای آنها نظیر به نظیر برابر و اضلاع آنها نظیر به نظیر متناسب باشند. درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/>	۲
۱/۵	یک لوزی رسم کنید که طول قطرهای آن ۶ و ۱۰ باشد و نحوه رسم را توضیح دهید.	۳
۱	عکس قضیه زیر را بنویسید و سپس آن را به صورت دوشرطی بیان کنید. اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آنگاه قطرهایش نیمساز زاویه هایش هستند.	۴
۱/۵	ثابت کنید در هر مثلث سه عمودمنصف همرس اند.	۵
۱/۵	(الف) قضیه زاویه برتر (عکس قضیه ضلع برتر) را بیان کنید. (ب) با توجه به قضیه زاویه برتر، بزرگترین پاره خط را در شکل زیر بیابید.	۶
۱	اگر $6 = \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{d}{5}$ باشد، مقدار $a + b + c + d$ را بیابید.	۷
۲	قضیه تالس را بیان کرده و آن را اثبات کنید.	۸



مرکز پیش‌آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

### پیش‌آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۲

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۲)

صفحه ۲ از ۲

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵		۹
۱/۵	<p>در شکل زیر چهارضلعی ABCD دوزنقه است. پس از اثبات تشابه دو مثلث، طول قاعده CD را به دست آورید.</p>	۱۰
۱/۵		۱۱
۱/۵	<p>در مثلث قائم‌الزاویه زیر، ثابت کنید: <math>AH^2 = BH \times CH</math></p>	۱۲
۲	<p>ثابت کنید هرگاه دو مثلث متشابه باشند، آنگاه نسبت اندازه‌های میانه‌های متناظر آنها برابر نسبت تشابه است.</p>	۱۳
۲۰	جمع بارم	



مرکز تخصصی آموزش مدارس برتر

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۲	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>(الف) به استدلالی که بر اساس نتیجه‌گیری منطقی بر پایه واقعیت‌هایی است که درستی آنها پذیرفته شده است، ..... گویند.</p> <p>(ب) در مثلث دلخواه <math>ABC</math> از هر رأس خطی موازی ضلع مقابل آن رسم می‌کنیم تا یک‌دیگر را در نقاط <math>M</math>، <math>N</math> و <math>P</math> قطع کنند. در این صورت نقطه هم‌مرسی ارتفاع‌های مثلث <math>ABC</math>، همان نقطه هم‌رسی ..... مثلث <math>MNP</math> است.</p> <p>(ج) اگر قاعده‌های دو مثلث برابر باشند، نسبت مساحت‌های آنها، برابر با نسبت ..... است که به این قاعده‌ها وارد شده است.</p> <p>(د) هرگاه دو مثلث متشابه باشند و نسبت مساحت‌های آنها <math>k</math> باشد، نسبت میانه‌های آنها ..... است.</p>	۱
۱/۵	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارات‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) نقطه <math>A</math> به فاصله ۱ واحد از خط <math>d</math> قرار دارد. تعداد نقاطی که از <math>A</math> به فاصله ۲ بوده و روی خط <math>d</math> می‌باشند، یک نقطه است.</p> <p>(ب) هر دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم‌نهشت‌اند.</p> <p>(ج) اگر خط راستی موازی یکی از ضلع‌های مثلثی، دو ضلع دیگر را در دو نقطه قطع کند، مثلثی با آن تشکیل می‌دهد که با مثلث اصلی متشابه است.</p>	۲
۱/۵	<p>متوازی‌الاضلاعی رسم کنید که طول قطرهای آن ۴ و ۷ باشد.</p> <p>(الف) روش رسم را به طور کامل توضیح دهید.</p> <p>(ب) چند متوازی‌الاضلاع با این اطلاعات قابل رسم است؟</p> <p>(ج) از متوازی‌الاضلاع رسم شده چه تعداد مستطیل و چه تعداد لوزی است؟</p>	۳
۱	<p>در هر یک از قسمت‌های زیر با توجه به خواسته داخل پرانتز جمله را تغییر دهید.</p> <p>(الف) مستطیلی وجود دارد که مربع نیست. (این گزاره را نقیض کنید و دوباره بنویسید.)</p> <p>(ب) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهايش عمودمنصف یکدیگرند. (عکس این قضیه را بنویسید.)</p>	۴
۱	<p>با برهان خلف ثابت کنید از یک نقطه غیرواقع بر یک خط، نمی‌توان بیش از یک عمود بر آن رسم کرد.</p>	۵
۲	<p>(الف) ثابت کنید نیمسازهای هر مثلث هم‌رسند.</p> <p>(ب) اگر <math>O</math> نقطه هم‌رسی نیمسازهای مثلثی باشد و فاصله <math>O</math> تا ضلع <math>AB</math> برابر <math>2x + 3</math> و فاصله <math>O</math> تا ضلع <math>BC</math> برابر <math>4x - 5</math> باشد، مقدار <math>x</math> را بیابید.</p>	۶
۱/۵	<p>ثابت کنید اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر.</p>	۷



مرکز تخصصی آموزش مدارس برتر

صفحه ۲ از ۲

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۱	<p>در شکل زیر <math>d \parallel d'</math> و <math>S_{\Delta ABC} = 60 \text{ cm}^2</math> و اندازه <math>BD</math> برابر <math>12 \text{ cm}</math> است. فاصله نقطه <math>C</math> از <math>BD</math> را به دست آورید.</p>	۸
۱/۵	عکس قضیه تالس را بیان و اثبات کنید.	۹
۱/۵	<p>در شکل زیر <math>MN \parallel BC</math> و <math>PN \parallel MC</math> ثابت کنید: <math>AM^2 = AP \times AB</math></p>	۱۰
۱/۵	ثابت کنید اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند، دو مثلث متشابهند.	۱۱
۱/۵	<p>با توجه به شکل زیر: الف) ثابت کنید مثلث‌های <math>ABC</math> و <math>ADE</math> متشابه‌اند. ب) اندازه ضلع <math>DE</math> را به دست آورید.</p>	۱۲
۱	<p>در شکل زیر <math>AB = 4</math> و <math>AC = 3</math> است. طول <math>BH</math> و <math>CH</math> را به دست آورید. (<math>\hat{A} = 90^\circ</math>)</p>	۱۳
۱/۵	نسبت مساحت‌های دو پنج‌ضلعی متشابه $\frac{25}{9}$ است. اگر محیط یکی از آنها $30$ واحد باشد، محیط پنج‌ضلعی دیگر چند واحد است؟ (چند جواب داریم؟)	۱۴
۲۰	جمع بارم	



مرکز نخبش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

## پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه (سری ۲)

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	<p>جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) برخی نتایج مهم و پرکاربرد که با استدلال استنتاجی به دست می آید، ..... نامیده می شود.</p> <p>ب) در مثلث دلخواه <math>ABC</math> از هر رأس خطی موازی ضلع مقابل آن رسم می کنیم تا یکدیگر را در نقاط <math>M</math>، <math>N</math> و <math>P</math> قطع کند. در این صورت محیط مثلث <math>MNP</math> ..... برابر محیط مثلث <math>ABC</math> می باشد.</p> <p>ج) نقطه <math>A</math> به فاصله ۱ واحد از خط <math>d</math> قرار دارد. ..... نقطه روی خط <math>d</math> قرار دارد که از <math>A</math> به فاصله ۳ واحد باشند.</p> <p>د) مثال نقض برای گزاره: «در هر مثلث، نقطه همرسی ارتفاعهای داخل یا خارج مثلث قرار دارد.» مثلث ..... می باشد.</p> <p>ه) تعمیم قضیه تالس: اگر خطی دو ضلع مثلثی را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم موازی باشد، ..... پدید می آید که اندازه ضلع های آن با اندازه ..... مثلث اصلی متناسب اند.</p>	۱
۲	<p>دو ضلع یک زاویه را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) نقطه ای را بیابید که فاصله آن از هر ضلع زاویه مورد نظر ۲ واحد باشد.</p> <p>ب) با استفاده از نقطه ای که در قسمت الف) یافته اید، نیمساز را رسم کنید.</p> <p>ج) اگر اضلاع زاویه را از رأس زاویه امتداد دهیم، دو خط متقاطع حاصل می شود. در این صورت تعداد نقاطی که از این دو خط به فاصله ۲ هستند، چند تا است؟</p>	۲
۱/۷۵	<p>الف) ثابت کنید در هر مثلث سه عمودمنصف هم رس اند.</p> <p>ب) اگر فاصله محل برخورد عمودمنصف های مثلث از رأس مقابل به ضلع کوچک تر، برابر <math>m - ۲</math> و از رأس مقابل به ضلع متوسط برابر <math>۹ - ۲m</math> باشد، فاصله این نقطه از رأس مقابل به بزرگ ترین ضلع چقدر است؟</p>	۳
۱/۵	<p>درستی و یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) هر نقطه که از دو سر پاره خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره خط قرار دارد. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ب) در یک مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر را رسم می کنیم به طوری که وتر را به دو قسمت به اندازه های <math>m</math> و <math>n</math> واحد تقسیم کند. در این صورت اندازه ارتفاع وارد بر وتر، واسطه هندسی بین حاصل ضرب <math>m</math> و <math>n</math> است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ج) اگر در دو چندضلعی، اضلاع نظیر به نظیر برابر باشند، آن گاه دو چندضلعی متشابه اند. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>د) در هر مثلث، نسبت اندازه های هر دو ضلع با نسبت ارتفاع متناظر وارد بر آنها، برابر است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>ه) دو نقطه <math>A</math> و <math>B</math> به فاصله ۶ واحد از هم قرار دارند، فقط یک نقطه وجود دارد که از <math>A</math> به فاصله ۲ واحد و از <math>B</math> به فاصله ۴ واحد باشد. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>و) ارزش گزاره دقیقاً همانند ارزش نقیض گزاره است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p>	۴
۱/۵	<p>ثابت کنید در هر مثلث که دو ضلع نابرابر وجود دارد، هر ضلع که بزرگ تر است، زاویه مقابل به آن نیز بزرگ تر است.</p>	۵
۱	<p>قضیه زیر را در نظر بگیرید. در قسمت الف: عکس قضیه را بنویسید. در قسمت ب: نقیض جمله به دست آمده در قسمت الف را بنویسید.</p> <p>قضیه: هر مربع، لوزی است.</p> <p>الف) عکس قضیه: .....</p> <p>ب) نقیض گزاره قسمت الف: .....</p>	۶
۱	<p>با استفاده از استدلال استنتاجی و خاصیت خطوط موازی و مورب، ثابت کنید مجموع زوایای داخلی هر مثلث <math>۱۸۰</math> درجه است.</p>	۷



مرکز تخصصی آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

صفحه ۲ از ۲

باسمه تعالی

### پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

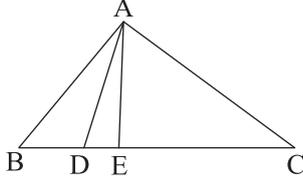
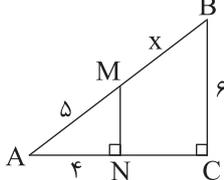
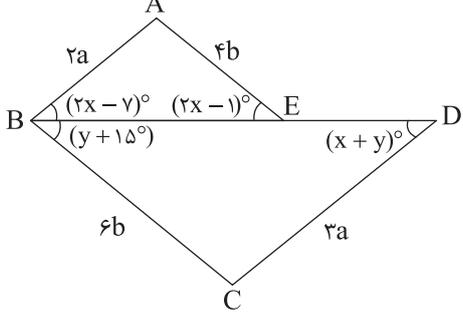
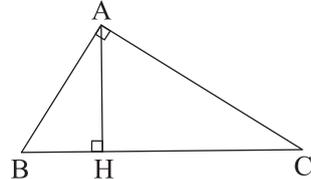
کلاس:

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه (سری ۲)

بارم	سؤال	ردیف
۱/۲۵	<p>در شکل زیر مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است. نسبت‌های <math>\frac{BC}{DE}</math> و <math>\frac{DE}{BD}</math> را به دست آورید.</p> 	۸
۱/۵	<p>عکس قضیه تالس را بیان و اثبات نمایید.</p>	۹
۱/۵	<p>در شکل زیر، مقدار x را به دست آورید.</p> 	۱۰
۱/۷۵	<p>ثابت کنید هرگاه اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه بین آنها هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.</p>	۱۱
۱/۵	<p>در شکل زیر، می‌دانیم <math>BE = 2DE</math> است. اولاً x و y را به دست آورید. ثانیاً نسبت مساحت مثلث BCD به مساحت ABE را بیابید.</p> 	۱۲
۱/۲۵	<p>طول اضلاع یک مثلث ۸، ۹ و ۱۵ واحد و طول کوچک‌ترین ضلع مثلثی متشابه با آن ۱۲ واحد است. محیط مثلث دوم را تعیین کنید.</p>	۱۳
۱	<p>در مثلث قائم‌الزاویه ABC (<math>\hat{A} = 90^\circ</math>) و AH ارتفاع وارد بر وتر است. ثابت کنید: <math>AH^2 = BH \times HC</math>.</p> 	۱۴
۲۰	جمع بارم	



مرکز تخصصی آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۰

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۲	<p>جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) هر نقطه که از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد، روی ..... آن زاویه قرار دارد.</p> <p>(ب) در یک قضیه شرطی، اگر جای فرض و حکم عوض شود، عبارت شرطی حاصل ..... نامیده می شود.</p> <p>(ج) اگر اندازه ارتفاع های دو مثلث برابر باشد، نسبت مساحت های آنها برابر با نسبت ..... نظیر این ارتفاع ها است.</p> <p>(د) اگر نسبت محیط های دو چندضلعی متشابه برابر <math>\frac{4}{7}</math> باشد، در این صورت نسبت مساحت های آنها برابر ..... خواهد بود.</p>	۱
۲	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) دو نقطه A و B را به فاصله ۴ واحد از هم در نظر بگیرید. هیچ نقطه ای وجود ندارد که از A به فاصله ۱ و از B به فاصله ۶ باشد.</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>(ب) در هر مثلث، اندازه بزرگ ترین زاویه، از چهار برابر اندازه کوچک ترین زاویه، کوچک تر است.</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>(ج) در هر مثلث نسبت اندازه های هر دو ضلع، با نسبت ارتفاع های متناظر وارد بر آنها برابر است.</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>(د) اگر خطی دو ضلع مثلثی را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم موازی باشد، مثلثی پدید می آید که اندازه ضلع های آن با اندازه ضلع های مثلث اصلی متناسب است.</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p>	۲
۱/۵	<p>یک لوزی به طول ضلع ۴ و طول قطر ۶ رسم کرده و نحوه رسم را توضیح دهید.</p>	۳
۱/۵	<p>ثابت کنید در هر مثلث سه عمود منصف، هم رس اند.</p>	۴
۱	<p>(الف) نقیض گزاره «یک چهارضلعی وجود دارد که مجموع زاویه های داخلی آن، برابر ۳۶۰ درجه نیست.» را بنویسید.</p> <p>(ب) قضیه «در هر متوازی الاضلاع، قطر ها یکدیگر را نصف می کنند.» را به صورت دوشرطی بنویسید.</p>	۵
۱/۵	<p>با استفاده از برهان خلف ثابت کنید، اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه رو به زاویه بزرگ تر، بزرگ تر است از ضلع روبه رو به زاویه کوچک تر.</p>	۶
۱/۵	<p>ثابت کنید در هر مثلث، مجموع اندازه های هر دو ضلع از اندازه ضلع سوم بزرگ تر است.</p>	۷
۱/۲۵	<p>در شکل زیر <math>d \parallel d'</math> و <math>CH = 4</math> و <math>BD = 7</math> است. مساحت مثلث ADC را به دست آورید.</p>	۸



مرکز تحقیق و آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۰

صفحه ۲ از ۲

باسمه تعالی

## آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

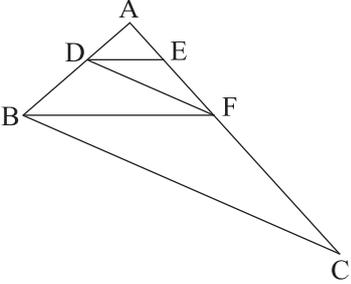
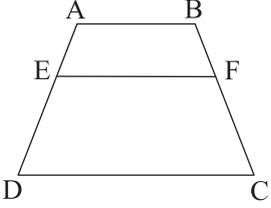
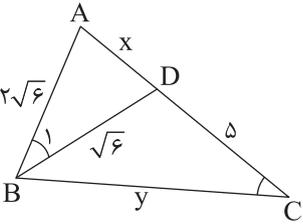
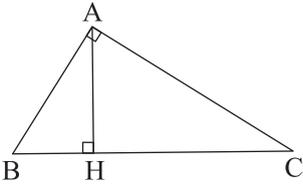
کلاس:

پایه: دهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	<p>در شکل زیر، <math>DF \parallel BC</math>، <math>DE \parallel BF</math>، <math>AE = ۴</math> و <math>EF = ۶</math> باشد، اندازه <math>EC</math> را به دست آورید.</p> 	۹
۱/۲۵	<p>در دوزنقه زیر، <math>EF</math> موازی با قاعده‌ها رسم شده است. ثابت کنید: <math>\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC}</math></p> 	۱۰
۱/۵	<p>ثابت کنید هرگاه اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه بین آنها، هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.</p>	۱۱
۱/۲۵	<p>در شکل زیر <math>\hat{B}_1 = \hat{C}</math> می‌باشد. الف) ثابت کنید دو مثلث <math>ABC</math> و <math>ABD</math> متشابه‌اند. ب) مقادیر <math>X</math> و <math>Y</math> را محاسبه کنید.</p> 	۱۲
۱/۲۵	<p>در مثلث قائم‌الزاویه <math>ABC</math>، ارتفاع وارد بر وتر رسم شده است. اگر <math>AB = ۴</math> و <math>BH = ۲</math> باشد، طول ضلع <math>AC</math> را به دست آورید.</p> 	۱۳
۱	<p>با فرض اینکه دو مثلث متشابه‌اند، قسمت الف را اثبات و قسمت ب را حل نمایید. الف) اگر نسبت اضلاع آن <math>k</math> باشد، نسبت محیط‌های دو مثلث نیز <math>k</math> است. ب) طول‌های اضلاع یک مثلث <math>۱۰</math> و <math>۱۲</math> و <math>۱۵</math> سانتی‌متر است و طول بلندترین ضلع مثلثی متشابه آن، <math>۱۰</math> سانتی‌متر است. محیط مثلث دوم را به دست آورید.</p>	۱۴
۲۰	جمع بارم	



دفترچه پاسخنامه

# هندسه پایه دهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۵ نمره)

(د) نصف

(ج) ارتفاع‌های

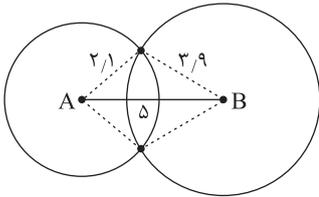
(ب) عمودمنصف‌های

(الف) استقرایی

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۷، ۱۹، ۳۱ و ۳۵)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

$۲/۱ + ۳/۹ = ۶ > ۵$  (نمره ۵/۵) پس دو نقطه وجود دارد.

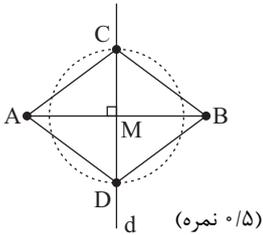


(۵/۵ نمره)

(هندسه دهم، صفحه ۱۰)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

ابتدا پاره خط AB را به طول ۴ رسم می‌کنیم. (نمره ۲/۲۵) سپس عمودمنصف AB را می‌کشیم. (نمره ۲/۲۵) اکنون به مرکز M، وسط AB، دایره‌ای به شعاع ۱/۵ رسم می‌کنیم تا خط d را در نقطه‌های C و D قطع کند. (نمره ۱/۵) ACBD لوزی مورد نظر است.



(۵/۵ نمره)

(هندسه دهم، صفحه ۱۶)

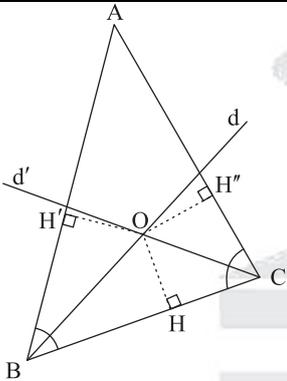
پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

اثبات: می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله می‌باشد و برعکس یعنی هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد روی نیمساز آن زاویه واقع است.

ابتدا دو تا از نیمسازهای d و d' را رسم می‌کنیم، اگر محل تلاقی نیمسازهای داخلی دو زاویه داخلی B و C باشد، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} O \in d \Rightarrow OH = OH' \text{ (نمره } ۲/۲۵) \\ O \in d' \Rightarrow OH = OH'' \text{ (نمره } ۲/۲۵) \end{array} \right\} \Rightarrow OH' = OH'' \text{ (نمره } ۲/۲۵)$$

پس نقطه O روی نیمساز زاویه A قرار دارد، (نمره ۲/۲۵) پس سه نیمساز در O هم‌رسند.



(۵/۵ نمره)

(هندسه دهم، صفحه ۱۹)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

فرض:  $\hat{B} > \hat{C}$  حکم:  $AC > AB$

(۵/۵ نمره)

اثبات با برهان خلف: فرض می‌کنیم  $AC > AB$  نباشد پس  $AC < AB$  یا  $AC = AB$  است.

$AC = AB \xrightarrow{\text{مثبت مساوی الساقین}} \hat{B} = \hat{C}$  (نمره ۲/۲۵)

$AC < AB \xrightarrow{\text{در مثلث هر ضلع بزرگ تر است زاویه روبه رو به آن بزرگ تر است}} \hat{C} > \hat{B}$  (نمره ۲/۲۵)

با بررسی هریک از حالت‌ها به تناقض برخورد می‌کنیم (نمره ۲/۲۵) پس فرض خلف باطل است و خود حکم درست است. (نمره ۲/۲۵)

(هندسه دهم، صفحه ۲۲)

پاسخ سؤال ۶: (هر مورد ۵/۵ نمره)

(الف) هر متوازی‌الاضلاعی مستطیل است.

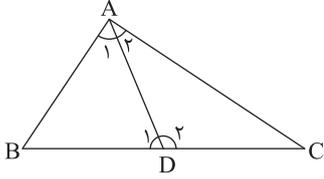
(ب) مثلثی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن  $۱۸۰^\circ$  نیست. یا چنین نیست که مجموع زوایای داخلی هر مثلث،  $۱۸۰^\circ$  درجه است.

(هندسه دهم، صفحه ۲۳)



پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

ابتدا نیمساز AD را رسم می‌کنیم. (۲/۲۵ نمره)



$$\left. \begin{array}{l} \text{خارجی } \hat{D}_1 > \hat{A}_2 \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{A}_2} \hat{D}_1 > \hat{A}_1 \rightarrow AB > BD \quad (۲/۲۵ \text{ نمره}) \\ \text{خارجی } \hat{D}_2 > \hat{A}_1 \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{A}_2} \hat{D}_2 > \hat{A}_2 \rightarrow AC > DC \quad (۲/۲۵ \text{ نمره}) \end{array} \right\} + \rightarrow AB + AC > BC \quad (۲/۲۵ \text{ نمره})$$

(هندسه دهم، صفحه ۲۷)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$\frac{x+y+z}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow x+y+z = \frac{24}{3} \quad (۲/۲۵ \text{ نمره})$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)

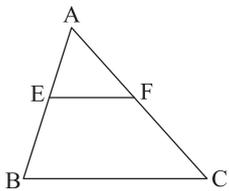
پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD} = 16 \quad (۲/۲۵ \text{ نمره})$$

$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} CH \times BD \Rightarrow 16 = \frac{1}{2} CH \times 12 \Rightarrow CH = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \quad (۲/۲۵ \text{ نمره})$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)



نکته (قضیه تالس): در مثلث ABC، اگر  $EF \parallel BC$ ، آن گاه:  $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$

نکته (نتیجه قضیه تالس): در مثلث ABC، اگر  $EF \parallel BC$ ، آن گاه:  $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$

طبق قضیه تالس در مثلث ABC داریم:

$$\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{x+1}{x-2} = \frac{x+2}{x+8} \quad (۲/۲۵ \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow (x+1)(x+8) = (x-2)(x+2) \Rightarrow x^2 + 9x + 8 = x^2 + 4x - 4 \Rightarrow 5x = -12 \Rightarrow x = -\frac{12}{5}$$

حال با استفاده از نتیجه قضیه تالس داریم:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{7}{7+14} = \frac{EF}{15} \Rightarrow EF = \frac{15}{3} = 5 \quad (۲/۲۵ \text{ نمره})$$

بنابراین محیط دوزنقه EFCB برابر است با:

$$5 + 8 + 15 + 14 = 42 \quad (۲/۲۵ \text{ نمره})$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

$$\left. \begin{array}{l} \triangle OA'B': AB \parallel A'B' \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} \quad (۲/۲۵ \text{ نمره}) \\ \triangle OB'C': BC \parallel B'C' \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{OC}{OC'} = \frac{OB}{OB'} \quad (۲/۲۵ \text{ نمره}) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{OA}{OA'} = \frac{OC}{OC'} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} AC \parallel A'C' \quad (۲/۲۵ \text{ نمره})$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۷)



## پاسخ سؤال ۱۲: (۵/۵) نمره

(۲۵/۵) نمره

$$\frac{2x+1}{6x+3} = \frac{3}{y} \Rightarrow \frac{2x+1}{3(2x+1)} = \frac{3}{y} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{3}{y} \Rightarrow y=9 \text{ (نمره } ۰/۲۵)$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۷)

## پاسخ سؤال ۱۳: (۵/۱) نمره

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A} \text{ (نمره } ۰/۲۵) \\ \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3} \text{ (نمره } ۰/۵) \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \begin{array}{l} \Delta \\ \Delta \end{array} ADE \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{x}{11} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{11}{3}$$

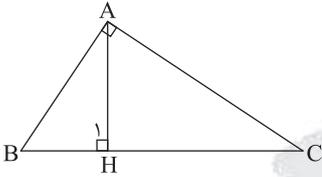
(هندسه دهم، صفحه ۴۱)

## پاسخ سؤال ۱۴: (۱) نمره

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 = \left(\frac{15}{36}\right)^2 = \left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{25}{144} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{25}{144} \Rightarrow S_2 = 288 \text{ (نمره } ۰/۲۵)$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۸)

## پاسخ سؤال ۱۵: (۵/۱) نمره



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{H}_1 = 90^\circ \text{ (نمره } ۰/۲۵) \\ \hat{B} = \hat{B} \text{ (نمره } ۰/۲۵) \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{زا}} \begin{array}{l} \Delta \\ \Delta \end{array} ABH \sim \Delta ABC \text{ (نمره } ۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AH} = \frac{AB}{BH} \Rightarrow AB^2 = BH \times BC \text{ (نمره } ۰/۲۵)$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۲)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

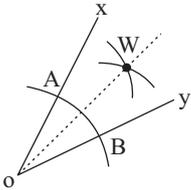
(د) نادرست

(ج) قاعده‌هایی

(ب) نیمسازها

(الف) عکس قضیه

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۹، ۲۲، ۲۶ و ۳۱)



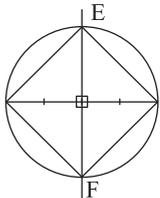
(هندسه دهم، صفحه ۱۲)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

برای رسم نیمساز زاویه XOY دهانه پراگار را کمی باز کرده و به مرکز O کمانی می‌زنیم تا نیم خط‌های OX و OY را به ترتیب در نقاط A و B قطع کند. دهانه پراگار را کمی باز کرده و یک بار به مرکز A و یک بار دیگر با همان اندازه و به مرکز B یک کمان می‌زنیم تا دو کمان مانند شکل در نقطه‌ای مانند W همدیگر را قطع کنند. نقطه O را به W وصل می‌کنیم.

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

عمودمنصف پاره خط ۳ سانتی متری را رسم می‌کنیم. از نقطه تقاطع عمودمنصف و پاره خط دایره‌ای به مرکز ۱/۵ سانتی متر رسم می‌کنیم. این دایره عمودمنصف را در دو نقطه E و F قطع می‌کند. این دو نقطه را به دو سر پاره خط وصل می‌کنیم. شکل حاصل مربعی به قطر ۳ می‌باشد.



(هندسه دهم، صفحه ۱۶)

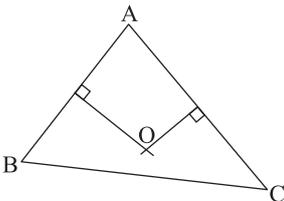
پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

مثلت دلخواه ABC در شکل مقابل را در نظر می‌گیریم. چون پاره خط‌های AB و AC متقاطع هستند عمودمنصف‌های آنها نیز در نقطه‌ای مانند O متقاطع هستند.

(۱) نقطه O روی عمودمنصف پاره خط AB است. بنابراین  $OA = OB$ .

(۲) نقطه O روی عمودمنصف پاره خط AC است. بنابراین  $OA = OC$ .

از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم  $OB = OC$ . بنابراین نقطه O روی عمودمنصف BC قرار دارد. در نتیجه عمودمنصف‌های اضلاع مثلث هم‌رسند.



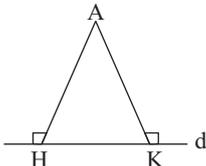
(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

فرض خلف: فرض کنیم از نقطه A خارج خط d دو خط AH و AK را عمود بر d می‌توان رسم کرد، پس مثلث AHK تشکیل می‌شود که:

$$\hat{A} + \hat{H} + \hat{K} = \hat{A} + 180^\circ > 180^\circ$$

که با مجموع زوایای داخلی مثلث که  $180^\circ$  است در تناقض است، پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است.



(هندسه دهم، صفحه ۲۴)

پاسخ سؤال ۶: (هر مورد ۵/۰ نمره)

(الف) مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی  $360^\circ$  درجه است.

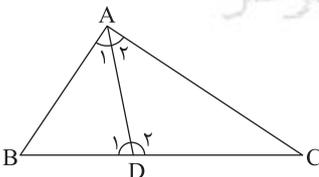
(ب) لوزی‌ای وجود دارد که مربع نیست.

(هندسه دهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

در هر مثلث، مجموع اندازه هر دو ضلع از اندازه ضلع سوم بزرگ‌تر است. ابتدا نیمساز AD را رسم می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \text{خارجی } \hat{D}_1 > \hat{A}_r \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{A}_r} \hat{D}_1 > \hat{A}_1 \rightarrow AB > BD \\ \text{خارجی } \hat{D}_r > \hat{A}_l \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{A}_r} \hat{D}_r > \hat{A}_r \rightarrow AC > DC \end{array} \right\} + \rightarrow AB + AC > BC$$



(هندسه دهم، صفحه ۲۷)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

(الف)  $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{d}{6} \Rightarrow \frac{a+b+c}{3+4+5} = \frac{d}{6} \Rightarrow a+b+c = \frac{5 \times 12}{6} = 10$

(ب)  $\frac{a}{3} = \frac{d}{6} \Rightarrow a = \frac{5 \times 3}{6} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2a = 5$

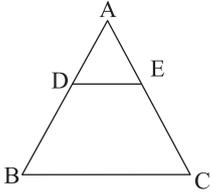
$\frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{d}{6} \Rightarrow \frac{b}{4} = \frac{3c}{5} = \frac{d}{6} \Rightarrow \frac{b+3c}{4+15} = \frac{d}{6} \Rightarrow b+3c = \frac{5 \times 19}{6}$

$$\frac{2a}{b+3c} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5 \times 19}{6}} = \frac{6}{19}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)



پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)



قضیه تالس: هرگاه در یک مثلث، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند، روی آن دو ضلع چهار پاره خط جدا می کند که اندازه های آنها تشکیل یک تناسب می دهد. در شکل مقابل خط DE موازی ضلع BC رسم شده است. مثلث های DAE و DEC در رأس D مشترکند. در نتیجه:

$$\frac{S_{\triangle DAE}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{AE}{EC}, \quad \frac{S_{\triangle DAE}}{S_{\triangle DEB}} = \frac{AD}{DB}$$

مثلث های DBE و DEC هم مساحت می باشند. (چون در یک قاعده و ارتفاع وارد بر آن مشترکند.) با توجه به این داریم:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۴)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۲۵ نمره)

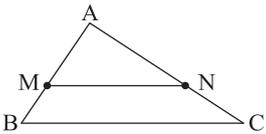
$$\frac{AN}{NC} = \frac{AM}{MB} \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{NM}{CB} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{2y-1}{8} \Rightarrow 20y-10=48 \Rightarrow y=29$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۱۱: (۲ نمره)

به اندازه  $A'B'$  و  $A'C'$  روی  $AB$  و  $AC$  جدا می کنیم و  $M$  و  $N$  می نامیم.



$$\left. \begin{array}{l} AM = A'B' \\ AN = A'C' \\ \hat{A} = \hat{A}' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle AMN \cong \triangle A'B'C'$$

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle ABC \sim \triangle AMN$$

$$\Rightarrow \triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۲۵ نمره)

از تشابه این دو مثلث و نسبت دو ضلع کوچک نتیجه می شود که نسبت تشابه مثلث DEF با مثلث ABC برابر  $\frac{12}{4} = 3$  است. در نتیجه اضلاع مثلث DEF برابر است با ۱۲ و ۲۱ و ۲۷ است.

الف)  $P_{\triangle DEF} = 12 + 21 + 27 = 60$

ب)  $\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{12}{4}\right)^2 = 9$

(هندسه دهم، صفحه ۴۵)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{C} = \hat{C}' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{حالت دو زاویه}} \triangle ABC \sim \triangle BDE \Rightarrow \frac{AB}{BE} = \frac{AC}{ED} = \frac{BC}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{48}{24} = \frac{24}{y} = \frac{24+x}{18} \Rightarrow \begin{cases} \frac{24}{y} = 2 \Rightarrow y = 12 \\ \frac{24+x}{18} = 2 \Rightarrow x = 12 \end{cases}$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

الف)  $AH^2 = BH \times HC = 9 \times 4 = 36 \Rightarrow AH = 6$

ب)  $AB^2 = BH \times BC = 9 \times 13 \Rightarrow AB = 3\sqrt{13}$

ج)  $AC^2 = CH \times BC = 4 \times 13 \Rightarrow AC = 2\sqrt{13}$

(هندسه دهم، صفحه ۴۲)

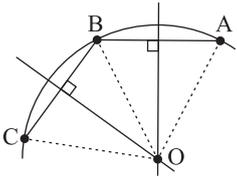


پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) استقرایی      ب) بی شمار      ج) ارتفاع‌های وارد بر آنها      د) K

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۶، ۱۷، ۳۱ و ۴۵)

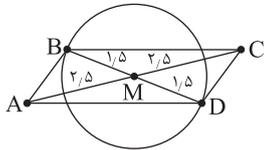
پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)



سه نقطه A، B و C را روی قسمت داده شده در نظر می‌گیریم (شکل را ببینید). عمودمنصف پاره‌خط‌های AB و BC را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه O قطع کنند. نقطه O از سه نقطه A، B و C به یک فاصله است، پس مرکز دایره مورد نظر است. اکنون اگر به مرکز O و شعاع OA دایره‌ای رسم کنیم، این دایره مورد نظر است.

(هندسه دهم، صفحه ۱۶)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)



ابتدا قطر به طول ۵ را رسم کرده و وسط آن را M می‌نامیم. به مرکز M و شعاع ۱/۵ دایره‌ای رسم می‌کنیم. قطر دلخواهی از دایره را رسم کرده و نقاط را به هم وصل می‌کنیم.

(هندسه دهم، صفحه ۱۵)

پاسخ سؤال ۴: (۵/۱ نمره)

$$OA = OB = OC \Rightarrow 2x + 1 = 2x - 4 = y + 3$$

$$\downarrow$$

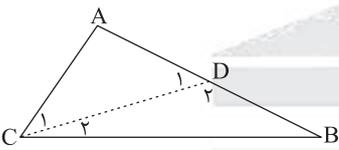
$$x = 5$$

$$2x + 1 = y + 3 \xrightarrow{x=5} 11 = y + 3 \Rightarrow y = 8$$

(هندسه دهم، صفحه ۱۹)

پاسخ سؤال ۵: (۵/۱ نمره)

فرض:  $AB > AC$  حکم:  $\hat{C} > \hat{B}$



اثبات: نقطه D را روی AB به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که  $AD = AC$ . پس مثلث  $\triangle ACD$  متساوی‌الساقین است. بنابراین  $\hat{C}_1 = \hat{D}_1$  و  $\hat{C} > \hat{C}_1$  از طرفی  $\hat{D}_1$  زاویه خارجی برای مثلث  $\triangle CDB$  است، پس:  $\hat{D}_1 > \hat{B}$  در نتیجه داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{C} > \hat{C}_1 \\ \hat{D}_1 > \hat{B} \end{array} \right. \xrightarrow{\hat{C}_1 = \hat{D}_1} \hat{C} > \hat{B}$$

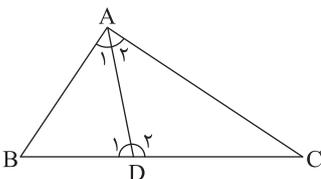
(هندسه دهم، صفحه ۲۱)

پاسخ سؤال ۶: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) نادرست      ب) نادرست      ج) درست

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۹، ۳۱ و ۴۲)

پاسخ سؤال ۷: (۵/۱ نمره)



$$\left. \begin{array}{l} \text{خارجی } \hat{D}_1 > \hat{A}_2 \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{A}_2} \hat{D}_1 > \hat{A}_1 \rightarrow AB > BD \\ \text{خارجی } \hat{D}_2 > \hat{A}_1 \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{A}_2} \hat{D}_2 > \hat{A}_2 \rightarrow AC > DC \end{array} \right\} + \rightarrow AB + AC > BC$$

(هندسه دهم، صفحه ۲۷)

پاسخ سؤال ۸: (۵/۰ نمره)

$$b^2 = 4 \times 9 \Rightarrow b = 6 \text{ (نمره ۵/۰)}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)



پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

چون ارتفاع یکسان است، در نتیجه نسبت مساحت‌ها، برابر نسبت قاعده‌هاست. بنابراین  $\frac{1}{5}$  جواب مسأله است.

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)

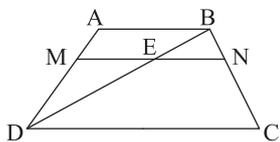
پاسخ سؤال ۱۰: (۲ نمره)

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AED: BC \parallel ED \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} \\ \triangle AFD: EB \parallel FD \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AD} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AE}{AF} \Rightarrow AE^2 = AF \times AC$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۷)

پاسخ سؤال ۱۱: (۲ نمره)

یکی از قطرهای دوزنقه را رسم می‌کنیم. این قطر پاره‌خط MN را در E قطع می‌کند. طبق قضیه تالس داریم:



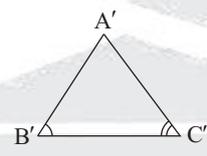
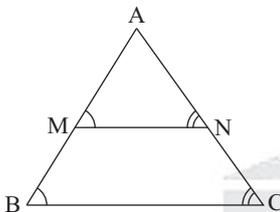
$$\left. \begin{array}{l} EN \parallel DC \Rightarrow \frac{BE}{ED} = \frac{BN}{NC} \\ EM \parallel AB \Rightarrow \frac{ED}{BE} = \frac{MD}{AM} \Rightarrow \frac{BE}{ED} = \frac{AM}{MD} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۷)

پاسخ سؤال ۱۲: (۲ نمره)

روی ضلع‌های AB و AC پاره‌خط‌های AM و AN را به ترتیب هم‌اندازه با A'B' و A'C' جدا می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \hat{A}' + \hat{B}' + \hat{C}' = 180^\circ \\ \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{C} = \hat{C}' \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{A}'$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A}' \\ AN = A'C' \\ AM = A'B' \end{array} \right. \xrightarrow{\text{(ض.ض)}} \triangle A'B'C' \cong \triangle AMN$$

در نتیجه:  $MN = B'C'$ ,  $\hat{M} = \hat{B}'$ ,  $\hat{N} = \hat{C}'$

بنابراین:  $\hat{M} = \hat{B}'$ ,  $\hat{B} = \hat{B}' \Rightarrow \hat{M} = \hat{B} \Rightarrow MN \parallel BC$

طبق قضیه اساسی تشابه،  $AMN \sim ABC$  و در نتیجه  $A'B'C' \sim ABC$ .

(هندسه دهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)

$$k^2 = \frac{S_1}{S_2} = \frac{12}{75} = \frac{4}{25} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5} = 0,4$$

بنابراین نسبت محیط‌های این دو مثلث هم برابر ۰/۴ است.

(هندسه دهم، صفحه ۳۸)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 6^2 = 4 \times x \Rightarrow x = 9$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow y^2 = 9 \times 13 \Rightarrow y = 3\sqrt{13}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)



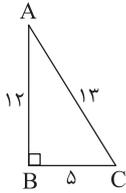
پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) روی نیمساز      ب) ارتفاعها      ج) استنتاجی

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۳، ۱۷ و ۱۹)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) نادرست؛ در مثلث قائم‌الزاویه چنین نیست! مثل: ارتفاع با یکی از اضلاع مثلث مساوی و از یکی از اضلاع مثلث بزرگ‌تر است.



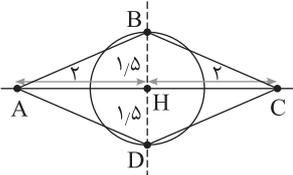
$$\begin{cases} h_A = AB = 12 > AC = 5 \\ h_C = BC = 5 \end{cases}$$

ب) نادرست      ج) درست      د) نادرست

(هندسه دهم، صفحه‌های ۲۷، ۳۵، ۳۶ و ۴۷)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

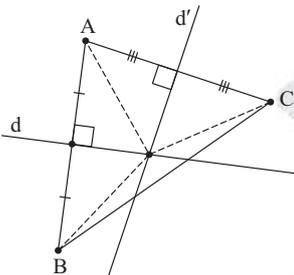
ابتدا قطر AC به طول ۴ را رسم کرده و عمودمنصف آن را می‌کشیم و محل برخورد عمودمنصف با AC را H می‌نامیم. به مرکز H و به شعاع نصف قطر دوم یعنی ۱/۵ دایره‌ای رسم می‌کنیم. محل برخورد دایره با عمودمنصف را B و D نامیده و نقاط را به هم وصل می‌کنیم.



(هندسه دهم، صفحه ۱۵)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

می‌دانیم هر نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط از دو سر آن به یک فاصله است و برعکس، یعنی هر نقطه که از دو سر پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف است. ابتدا دو تا از عمودمنصف‌ها را رسم می‌کنیم. اگر O محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع AB و AC باشند داریم:



$$\left. \begin{array}{l} O \in d \xrightarrow{\text{عمودمنصف } AB} OA = OB \\ O \in d' \xrightarrow{\text{عمودمنصف } AC} OA = OC \end{array} \right\} \Rightarrow OB = OC \Rightarrow O \in d'' \text{ (عمودمنصف } BC)$$

بنابراین سه عمودمنصف هم‌رسانند.

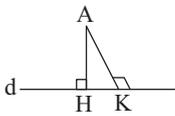
(هندسه دهم، صفحه ۱۹)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

برهان خلف: فرض می‌کنیم از نقطه A خارج از خط d دو خط عمود بر d می‌توان رسم کرد.

$$\hat{A} + \hat{H} + \hat{K} = \hat{A} + 18^\circ > 18^\circ \quad * \quad \text{پس در مثلث AHK داریم:}$$

و این در تناقض با «مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰ است» می‌باشد. پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است.



(هندسه دهم، صفحه ۲۴)

پاسخ سؤال ۶: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) هر چهارضلعی مجموع زوایای داخلی‌اش ۳۶۰ درجه است.

ب) دو دایره شعاع‌های برابر دارند اگر و تنها اگر مساحت‌های برابر داشته باشند.

(هندسه دهم، صفحه‌های ۲۳ و ۲۷)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

الف)  $\hat{D}_2 = \hat{B} + \hat{A}_1 \Rightarrow \hat{D}_2 > \hat{A}_1$  زاویه خارجی برای مثلث ABD

ب)  $\left. \begin{array}{l} \hat{D}_2 > \hat{A}_1 \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}_2 > \hat{A}_2$

ج)  $\hat{D}_2 > \hat{A}_2 \xrightarrow{\text{در هر مثلث هر زاویه که بزرگتر باشد ضلع روبه‌رو به آن بزرگتر است.}} AC > DC$

(هندسه دهم، صفحه ۲۷)



## پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{6} = \frac{5}{11} \Rightarrow \frac{a+b+c}{2+3+6} = \frac{5}{11} \Rightarrow \frac{a+b+c}{11} = \frac{5}{11} \Rightarrow a+b+c=5$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)

## پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

نکته: اگر دو مثلث قاعده مشترک داشته باشند و رأس‌های روبه‌روی این قاعده آنها، روی یک خط، موازی این قاعده باشند، این مثلث‌ها هم‌مساحت هستند.  
با استفاده از نکته بالا و فرض مسئله می‌توان نوشت:

$$S_{\triangle BDC} = S_{\triangle ABC} = 8$$

و اگر فاصله C تا BD را h در نظر بگیریم، نتیجه می‌شود:

$$S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}BD \times h = 8 \xrightarrow{BD=6} 3h = 8 \Rightarrow h = \frac{8}{3} \text{ cm}$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۷، ۱۳ و ۱۹)

## پاسخ سؤال ۱۰: (۲ نمره)

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{x+2} \Rightarrow 2x = x+2 \Rightarrow x=2$$

حال بنا بر تعمیم قضیه تالس می‌توان نوشت:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1/5}{BC} \Rightarrow BC = 4/5$$

بنابراین محیط مثلث ABC برابر است با:

$$AB + AC + BC = 3 + 6 + 4/5 = 13/5$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۶)

## پاسخ سؤال ۱۱: (هر مورد ۱ نمره)

(الف)

$$\left. \begin{array}{l} RQ \parallel PC \Rightarrow \frac{AR}{AP} = \frac{AQ}{AC} \\ PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AR}{AP} = \frac{AP}{AB}$$

$$\Rightarrow AP^2 = AR \times AB \Rightarrow (4+x)^2 = 4 \times (7+x) \Rightarrow 16 + 8x + x^2 = 28 + 4x$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x+6)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = +2 & \text{قق} \\ x = -6 & \text{غقق} \end{cases}$$

(ب)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{N} = 90^\circ \\ \hat{C} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{نز}} \triangle MNC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{MNC}{ABC} = \frac{MC}{AC} = \frac{MN}{AB} = \frac{CN}{CB}$$

$$\begin{aligned} \triangle MNC \text{ قائم الزویه} \Rightarrow NC = 8 & \Rightarrow \frac{10}{x+8} = \frac{6}{18} \Rightarrow x+8 = \frac{10 \times 18}{6} \\ & \Rightarrow x+8 = 30 \Rightarrow x = 22 \end{aligned}$$

(ج)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} \text{ مشترک} \\ \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB} = \frac{1}{3} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تناسب دو ضلع و زاویه بین}} \triangle AEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2x-1}{3x+2} = \frac{1}{3}$$

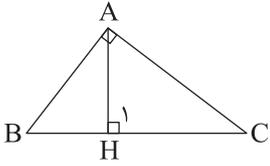
$$\Rightarrow 3x+2 = 6x-3 \Rightarrow 3x = 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۳۷ و ۴۱)



پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵) نمره



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{H}_1 \\ \hat{C} = \hat{C} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ن}} \triangle ACH \sim \triangle ABC$$

$$\text{نسبت تشابه} \quad \frac{AC}{BC} = \frac{CH}{AC} \Rightarrow AC^2 = CH \times BC$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱) نمره

(الف)

$$k = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} = \frac{3}{2}$$

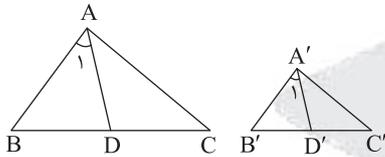
$$\Rightarrow \text{محیط مثلث دوم} = \frac{29 \times 2}{3} = 26$$

$$\frac{\text{مساحت مثلث اول}}{\text{مساحت مثلث دوم}} = k^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۸)

(ب)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱) نمره



$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{C} = \hat{C}' \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{B} = \hat{B}' \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}'_1 \xrightarrow{\text{ن}} \triangle ABD \sim \triangle A'B'D'$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AD}{A'D'} = k$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۶)





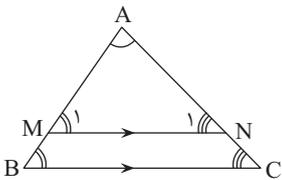
پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DE \xrightarrow{\text{جزء به کل}} \frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB} \\ DB \parallel AF \xrightarrow{\text{جزء به کل}} \frac{CD}{CA} = \frac{CB}{CF} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{CE}{CB} = \frac{CB}{CF}$$

$$\Rightarrow CB^2 = CE \times CF$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۷)

پاسخ سؤال ۸: (۲ نمره)



فرض:  $MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$  حکم

با استفاده از قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel BC \Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{B}, \widehat{N}_1 = \widehat{C} \\ MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۸)

پاسخ سؤال ۹: (۲ نمره)

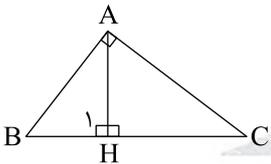
مثلث AMC و مثلث ABC به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند:

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{A} = \widehat{B} = a \\ \widehat{C} = \widehat{C} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle AMC \sim \triangle ABC$$

$$\Rightarrow \frac{MC}{AC} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{6}{BC} \Rightarrow BC = \frac{36}{4} = 9$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} = \widehat{H}_1 = 90^\circ \\ \widehat{B} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{نن}} \triangle ABH \sim \triangle ABC$$

$$\text{ب) } \triangle ABH \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{\triangle ABH}{\triangle ABC} \cdot \frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow AB^2 = BH \cdot BC$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

$$k^2 = \frac{S_1}{S_2} = \frac{12}{75} = \frac{4}{25} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5} = 0.4$$

بنابراین نسبت محیط‌های این دو مثلث هم برابر ۰/۴ است.

(هندسه دهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۱۲: (۲ نمره)

$$MO \parallel CD \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{AO}{AC} = \frac{1}{2}, \quad ON \parallel CB \Rightarrow \frac{AO}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{1}{2}$$

پس نسبت تشابه دو مثلث  $\triangle AON$  و  $\triangle ABC$ ،  $\frac{1}{4}$  است. پس  $ON = 2$  و  $AN = 6$  و  $S_{\triangle AON} = \frac{1}{4} \times 2 \times 6 = 3$

(هندسه دهم، صفحه ۴۸)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۵ نمره)

الف) درون (ب) عمودمنصف پاره خط (ج) ۳ (د) متشابه

(هندسه دهم، صفحه های ۱۳، ۱۹، ۴۰ و ۴۲)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۵ نمره)

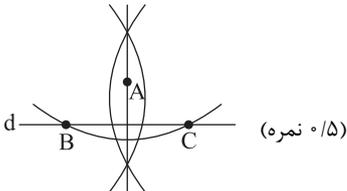
الف) نادرست (باید می گفت از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.)

ب) درست (ج) درست

(هندسه دهم، صفحه های ۱۲، ۳۳ و ۴۷)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

از نقطه A خارج خط d، کمانی می زنیم تا خط d را در دو نقطه B و C قطع کند. (۵/۵ نمره) سپس عمودمنصف BC را رسم می کنیم. دهانه پراگار را کمی بیشتر از نصف طول پاره خط BC باز کرده و به مرکزهای B و C دو کمان رسم می کنیم. نقاط برخورد را به هم وصل کرده و امتداد می دهیم. (۵/۵ نمره)



(هندسه دهم، صفحه ۱۵)

پاسخ سؤال ۴: (هر مورد ۵/۵ نمره)

الف) وجود دارد (۲۵/۵ نمره) لوزی ای که مربع نیست. (۲۵/۵ نمره)

ب) هر مستطیلی (۲۵/۵ نمره) متوازی الاضلاع است. (۲۵/۵ نمره)

(هندسه دهم، صفحه ۲۷)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

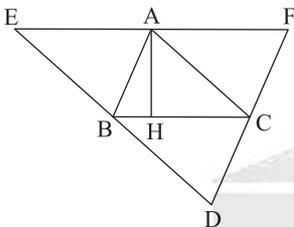
چهارضلعی ACBE متوازی الاضلاع است، پس:  $AE = BC$  (۲۵/۵ نمره)

چهارضلعی AFCE متوازی الاضلاع است، پس  $AF = BC$  (۲۵/۵ نمره)

در نتیجه (۱)  $AE = AF$  (۲۵/۵ نمره)

EF موازی BC است و AH بر BC عمود است، پس AH بر EF عمود است. (۲) (۵/۵ نمره)

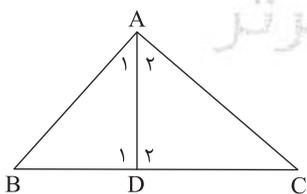
از (۱) و (۲) نتیجه می گیریم که AH عمودمنصف EF است. (۲۵/۵ نمره)



(هندسه دهم، صفحه ۱۹)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

در مثلث دلخواه ABC، نیمساز AD را رسم می کنیم. (۲۵/۵ نمره)



$$\left. \begin{array}{l} \hat{D}_2 > \hat{A}_1 \Rightarrow \hat{D}_2 > \hat{A}_2 \Rightarrow AC > DC \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (نیمساز)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \hat{D}_1 > \hat{A}_1 \Rightarrow AB > BD \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (نیمساز)} \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} + \\ \\ \end{array} \rightarrow AB + AC > BC \text{ (۲۵/۵ نمره)}$$

(هندسه دهم، صفحه ۲۷)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

با توجه به ارتفاع مشترک مثلث ها:

$$\frac{S_{\triangle ACE}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{EC}{DE} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{EC}{DE} \Rightarrow DE = \frac{1}{3} EC \text{ (۲۵/۵ نمره)}$$

$$\frac{S_{\triangle ACE}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{EC}{BD} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{EC}{BD} \Rightarrow BD = \frac{1}{3} EC \text{ (۲۵/۵ نمره)}$$



بنابراین:

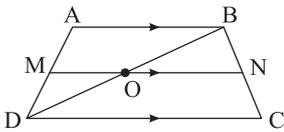
$$\frac{DE}{BD} = \frac{\frac{1}{3}EC}{\frac{1}{3}EC} = \frac{2}{3} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\frac{BC}{DE} = \frac{BD+DE+EC}{\frac{1}{3}EC} = \frac{\frac{1}{3}EC + \frac{1}{3}EC + EC}{\frac{1}{3}EC} = \frac{\frac{5}{3}EC}{\frac{1}{3}EC} = \frac{5}{1} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

قطر BD را رسم می کنیم:



$$\left. \begin{array}{l} \Delta ADB: AB \parallel MO \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{MD} = \frac{BO}{OD} \quad (\text{نمره } ۰/۵) \\ \Delta BDC: ON \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BO}{OD} = \frac{BN}{NC} \quad (\text{نمره } ۰/۵) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۷)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

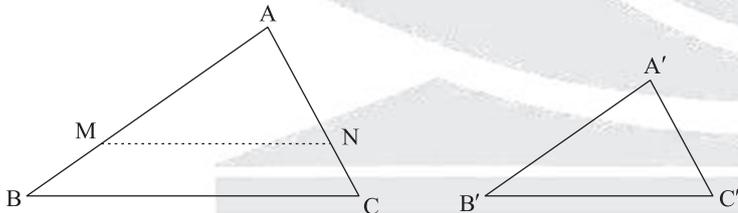
با توجه به قضیه تالس و تعمیم آن داریم:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{x}{3-x} = \frac{x-0.5}{2.25-x} \Rightarrow 2.25x = 3x - 1.5 \Rightarrow 0.75x = 1.5 \Rightarrow x = 2 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{y}{4.5} \Rightarrow y = 1.8 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۱۰: (۲ نمره)



$$\left. \begin{array}{l} \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}, \hat{A} = \hat{A}' \\ \Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \end{array} \right\} \text{فرض: حکم:}$$

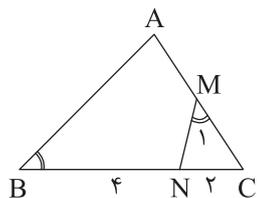
روی ضلع AB پاره خط AM را مساوی A'B' و همچنین روی ضلع AC پاره خط AN را مساوی A'C' جدا کرده ایم. (نمره ۰/۲۵)

$$\left. \begin{array}{l} AM = A'B' \\ AN = A'C' \\ \hat{A} = \hat{A}' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مخاض}} \Delta AMN \cong \Delta A'B'C' \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\text{فرض: } \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \xrightarrow{\frac{A'B'=AM}{A'C'=AN}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \xrightarrow{\text{قضیه تالس عکس}} MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \Delta AMN \sim \Delta ABC \xrightarrow{() } \Delta A'B'C' \sim \Delta ABC \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)



$$\hat{M}_1 = \hat{B}, \hat{C} = \hat{C} \xrightarrow{\text{نزد}} \Delta MNC \sim \Delta ABC \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\frac{MC}{BC} = \frac{MN}{AB} = \frac{NC}{AC} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

از آنجا با نوشتن نسبت تشابه داریم:

به جای MC،  $\frac{AC}{2}$  را قرار می دهیم:

$$\frac{AC}{2} = \frac{NC}{AC} \Rightarrow \frac{AC^2}{2} = 12 \Rightarrow AC = 2\sqrt{6} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۱)



## پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{H} = 90^\circ \\ \hat{B} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{زاویه} \\ \text{مستقیم} \end{array} \rightarrow \Delta ABH \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB} = AB^2 = BH \times BC \quad \begin{array}{l} (۵/۵ \text{ نمره}) \\ (۲۵/۵ \text{ نمره}) \end{array}$$

(۵/۵ نمره)

(هندسه دهم، صفحه ۴۲)

## پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

الف) با توجه به خاصیت تناسب می توان نوشت:

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k \Rightarrow \frac{AB+AC+BC}{A'B'+A'C'+B'C'} = k \Rightarrow \frac{\text{محیط } \Delta ABC}{\text{محیط } \Delta A'B'C'} = k \quad (۵/۵ \text{ نمره})$$

$$\frac{B'C'}{BC} = \frac{1}{15} = \frac{2}{3} \quad \text{نسبت تناسب } (۲۵/۵ \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow \frac{\text{محیط } \Delta A'B'C'}{\text{محیط } \Delta ABC} = \frac{2}{3} \quad (۲۵/۵ \text{ نمره})$$

$$\Rightarrow \frac{\text{محیط } \Delta A'B'C'}{15+10+12} = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{محیط } \Delta A'B'C' = \frac{74}{3} \quad (۵/۵ \text{ نمره})$$

(هندسه دهم، صفحه های ۴۶ و ۴۸)

ب)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۵ نمره)

ب) خارج  $(110) = (21 + 49) - 180$ ، پس یک زاویه منفرجه دارد.

د)  $(\frac{5}{6})^2 = (\frac{25}{36})$  (زیرا دو مثلث متشابهند و  $\frac{15}{18} = \frac{12}{14} = \frac{10}{12}$ )

ج)  $\sqrt{2 \times 5^3 \times 11^2 \times 2^3 \times 5 \times 7^2} = 2^2 \times 5^2 \times 11 \times 7$

الف) عکس قضیه

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۹، ۲۲، ۳۳ و ۴۷)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۵ نمره)

الف) درست

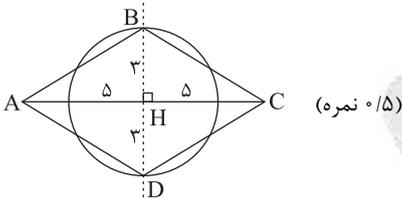
ب) نادرست،  $\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

ج) درست

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۶، ۳۱ و ۳۸)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

ابتدا قطر AC به طول ۱۰ را رسم کرده و عمودمنصف آن را می‌کشیم. (۵/۵ نمره) به مرکز H و شعاع ۳ یک دایره رسم می‌کنیم. (۵/۵ نمره) نقاط برخورد دایره و عمودمنصف (B و D) را به A و C وصل می‌کنیم.



(هندسه دهم، صفحه ۱۶)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

عکس قضیه: اگر در یک چهارضلعی، قطرهای نیمساز زاویه‌ها باشند، آنگاه آن چهارضلعی لوزی است. (۵/۵ نمره)  
قضیه دوشرطی: یک چهارضلعی لوزی است اگر و فقط اگر قطرهایش نیمساز زاویه‌هایش باشند. (۵/۵ نمره)

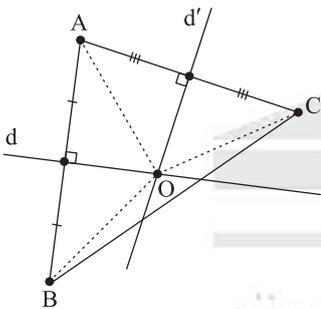
(هندسه دهم، صفحه ۲۷)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

ابتدا دو تا از عمودمنصف‌ها را رسم می‌کنیم اگر O محل تلاقی عمودمنصف‌ها اضلاع AB و AC باشند داریم:

$\left. \begin{array}{l} AB \text{ عمودمنصف } O \Rightarrow OA = OB \text{ (نمره } 5/5) \\ AC \text{ عمودمنصف } O \Rightarrow OA = OC \text{ (نمره } 5/5) \end{array} \right\} \Rightarrow OB = OC \Rightarrow O \text{ روی عمودمنصف } BC \text{ است. (نمره } 5/5)$

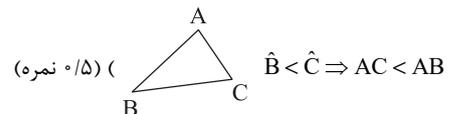
پس سه عمودمنصف در نقطه O هم‌رس‌اند.



(هندسه دهم، صفحه ۱۹)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

الف) اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع مقابل به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع مقابل به زاویه کوچک‌تر. (می‌توانید با رسم شکل فقط فرض و حکم بنویسید:



ب) در مثلث ABD چون  $\hat{A} = 100^\circ$  پس  $\hat{D} < \hat{A}$  و  $\hat{B} < \hat{A}$  پس e بزرگ‌ترین ضلع این مثلث است. (۵/۵ نمره) در مثلث BDC چون  $\hat{D} > \hat{B} > \hat{C}$  پس  $e > c > b$  پس بزرگ‌ترین ضلع در کل شکل است. (۵/۵ نمره)

(هندسه دهم، صفحه ۲۴)

پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$\frac{a+b+c+d}{2+3+4+5} = 6 \text{ (نمره } 5/5) \Rightarrow a+b+c+d = 14 \times 6 = 84 \text{ (نمره } 5/5)$

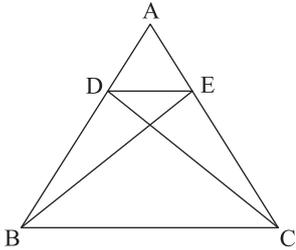
(هندسه دهم، صفحه ۳۳)



پاسخ سؤال ۸: (۲ نمره)

هرگاه در یک مثلث خطی موازی یکی از اضلاع دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند روی آن دو ضلع چهار پاره خط جدا می کند که اندازه های آنها تشکیل یک تناسب را می دهند.

به عبارتی در شکل زیر هرگاه  $DE \parallel BC$  آنگاه  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$  (نمره ۰/۵)



خط  $DE$  موازی  $BC$  است و مثلث های  $ADE$  و  $DEC$  در رأس  $D$  مشترک اند، در نتیجه  $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{AE}{EC}$  (نمره ۰/۵)

و مثلث های  $ADE$  و  $DEB$  در رأس  $E$  مشترک اند، در نتیجه  $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DEB}} = \frac{AD}{DB}$  (نمره ۰/۵)

چون مثلث های  $DEB$  و  $DEC$  هم مساحت هستند لذا از تناسب های فوق نتیجه  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$  حاصل می شود. (نمره ۰/۵)

(هندسه دهم، صفحه ۳۴)

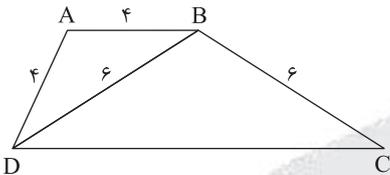
پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

$$NM \parallel CB \xrightarrow{\text{تالی}} \frac{AN}{NC} = \frac{AM}{MB} \quad (\text{نمره } ۰/۵) \Rightarrow \frac{9}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 6 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \quad (\text{نمره } ۰/۵) \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{2y-1}{8} \Rightarrow 2y-1 = 4/8 \Rightarrow y = 2/9 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)



$$AB = AD \Rightarrow \hat{A}BD = \hat{A}DB \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$BC = BD \Rightarrow \hat{C} = \hat{B}DC \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$AB \parallel CD, BD \text{ مورب} \Rightarrow \hat{A}BD = \hat{B}DC \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

پس بنا به حالت برابری دو زاویه دو مثلث  $ABD$  و  $BCD$  متشابه اند. (نمره ۰/۲۵)

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AD}{BC} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{6}{CD} \Rightarrow CD = 9 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۹)

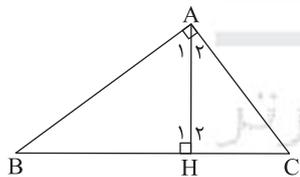
پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

$$AB \parallel DE \xrightarrow{\text{تعمیم تالی}} \frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD} = \frac{AB}{DE} \Rightarrow \frac{18}{45} = \frac{12}{y} = \frac{x}{40.5} \Rightarrow x = \frac{18 \times 40.5}{45} \Rightarrow x = 16/2 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$y = \frac{12 \times 45}{18} = 30 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(هندسه دهم، صفحه های ۳۴ و ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)



$$\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$$

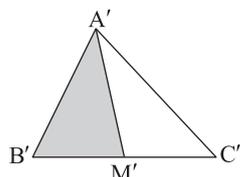
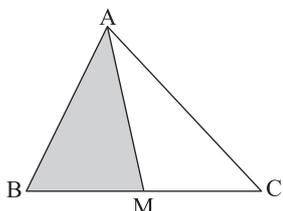
$$\hat{A}_2 + \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ \hat{A}_1 = \hat{C} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ز}} \triangle ABH \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BH}{AH} = \frac{AH}{CH} \Rightarrow AH^2 = BH \times CH \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۲)

پاسخ سؤال ۱۳: (۲ نمره)

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B}' \quad (\text{نمره } ۰/۲۵) \\ \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{\frac{1}{2}B'C'}{\frac{1}{2}BC} = \frac{B'M'}{BM} = K \end{array} \right. \xrightarrow{\text{خیزض}} \triangle ABM \sim \triangle A'B'M' \Rightarrow \frac{A'M'}{AM} = \frac{A'B'}{AB} = K \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$



(نمره ۰/۲۵)

(هندسه دهم، صفحه ۳۶)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۵ نمره)

الف) استنتاجی (ب) عمودمنصف‌های (ج) ارتفاع‌هایی (د)  $\sqrt{k}$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۷، ۱۹، ۳۱ و ۴۶)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۵ نمره)

الف) نادرست (ب) نادرست (ج) درست

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۰، ۲۶ و ۳۸)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

الف) روش رسم:

ابتدا پاره‌خط  $AB$  را به طول ۴ واحد رسم می‌کنیم.

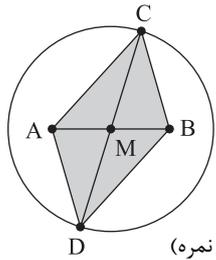
وسط پاره‌خط را پیدا می‌کنیم و به مرکز آن  $(M)$  و به شعاع  $۲/۵$  واحد دایره‌ای رسم می‌کنیم. (نمره ۵/۲۵)

هر یک از قطرهای دایره رسم شده می‌تواند قطر دیگر متوازی‌الاضلاع باشد. (نمره ۵/۲۵)

(ب) بی‌شمار متوازی‌الاضلاعی مختلف قابل رسم است. (نمره ۵/۲۵)

(ج) چون مستطیل دارای قطرهای برابر هستند مستطیلی رسم نمی‌شود ولی در حالتی که قطرها بر هم عمود باشند یک لوزی قابل رسم است. (نمره ۵/۵)

(هندسه دهم، صفحه ۱۵)



(نمره ۵/۲۵)

پاسخ سؤال ۴: (هر مورد ۵/۵ نمره)

الف) هر مستطیل یک مربع است.

(ب) اگر در یک چهارضلعی قطرها عمودمنصف یکدیگر باشند، آن چهارضلعی لوزی است.

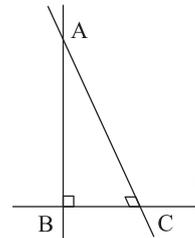
(هندسه دهم، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

با برهان خلف فرض می‌کنیم از نقطه  $A$  دو عمود بر خط  $d$  رسم کرده‌ایم (نمره ۵/۲۵) که خط  $d$  را در دو نقطه  $B$  و  $C$  قطع کرده‌اند. در

این صورت مجموع زوایای داخلی مثلث  $ABC$  بزرگ‌تر از  $۱۸۰$  درجه خواهد بود و این غیرممکن است. (نمره ۵/۲۵) پس فرض خلف

باطل و حکم برقرار است. (نمره ۵/۲۵)



(نمره ۵/۲۵)

(هندسه دهم، صفحه ۳۴)

پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

الف) فرض کنیم نیمسازهای زاویه‌های  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  یکدیگر را در  $O$  قطع کنند. نشان می‌دهیم نیمساز  $C$  هم از  $O$  می‌گذرد.

$$\left. \begin{array}{l} \text{روی نیمساز } A \Rightarrow OH = OH' \\ \text{روی نیمساز } B \Rightarrow OH = OH'' \end{array} \right\} \Rightarrow OH' = OH''$$

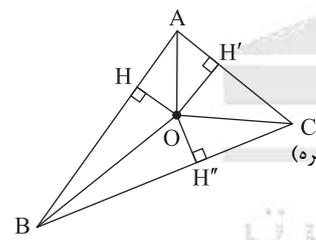
(نمره ۵/۲۵)

با توجه به عکس قضیه نیمساز  $O$  روی نیمساز  $C$  است. (نمره ۵/۲۵)

(ب) چون  $O$  محل هم‌رسی نیمسازهاست، پس از اضلاع مثلث به یک فاصله است، پس:

$$5x - 4 = 3x + 2 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \quad (\text{نمره } 5/5)$$

(هندسه دهم، صفحه ۱۹)



پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

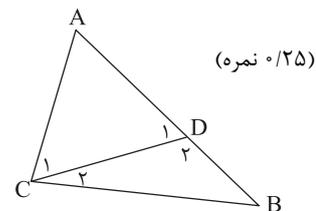
فرض:  $AB > AC$  حکم:  $\hat{C} > \hat{B}$

به اندازه  $AC$  روی  $AB$  جدا می‌کنیم. در نتیجه:

$$\left. \begin{array}{l} AC = AD \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{D}_1 \quad (\text{نمره } 5/25) \\ \hat{D}_1 > \hat{B} \quad (\text{نمره } 5/25) \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C}_1 > \hat{B} \quad (\text{نمره } 5/25)$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C}_1 > \hat{B} \quad (\text{نمره } 5/25) \\ \hat{C} > \hat{C}_1 \quad (\text{نمره } 5/25) \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C} > \hat{B} \quad (\text{نمره } 5/25)$$

(هندسه دهم، صفحه ۲۱)



پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

$$\left. \begin{array}{l} d \parallel d' \Rightarrow \text{ارتفاع وارد بر } BC \text{ برابر است} \\ \text{BC قاعده مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD} = 60 \quad (\text{نمره } 5/5)$$

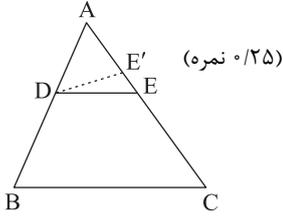
$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times CH \times BD \Rightarrow 60 = \frac{1}{2} \times CH \times 12 \Rightarrow CH = 10 \quad (\text{نمره } 5/25)$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)



پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

عکس قضیه تالس: اگر خطی دو ضلع مثلثی را قطع کند و روی آنها پاره‌خط‌های متناظر با اندازه‌های متناسب ایجاد کند، آنگاه با ضلع سوم مثلث موازی است.



فرض  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$   
حکم  $DE \parallel BC$

اثبات به روش برهان خلف: اگر  $DE$  موازی  $BC$  نباشد، می‌توان از  $D$  خطی موازی  $BC$  رسم کرد که  $AC$  را در نقطه‌ای مانند  $E'$  قطع کند. در این صورت بنا بر قضیه تالس داریم: (نمره ۰/۲۵)

$$\left. \begin{array}{l} DE' \parallel BC \text{ — تالس —} \rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE'}{AC} \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ \text{فرض: } \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AE'}{AC} = \frac{AE}{AC} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

پس  $AE = AE'$  یعنی  $E$  بر  $E'$  منطبق است که این تناقض است (نمره ۰/۲۵)، پس فرض خلف غلط است و  $DE$  موازی با  $BC$  است. (نمره ۰/۲۵)

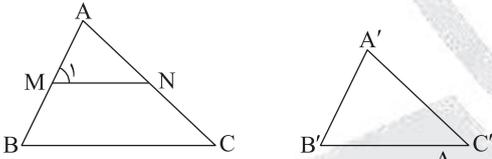
(هندسه دهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AMC : PN \parallel MC \text{ — تعمیم قضیه تالس —} \rightarrow \frac{AP}{AM} = \frac{AN}{AC} \text{ (نمره ۰/۵)} \\ \triangle ABC : MN \parallel BC \text{ — تعمیم قضیه تالس —} \rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \text{ (نمره ۰/۵)} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AP}{AM} = \frac{AM}{AB} \text{ (نمره ۰/۲۵)} \Rightarrow AM^2 = AP \times AB \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۷)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)



روی ضلع‌های  $AB$  و  $AC$  پاره‌خط‌های  $AM$  و  $AN$  را به ترتیب هم‌اندازه با  $A'B'$  و  $A'C'$  جدا می‌کنیم. (نمره ۰/۲۵)

۱-  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \hat{A}' + \hat{B}' + \hat{C}' = 180^\circ$  و  $\hat{A} = \hat{A}'$  بنا بر این  $\hat{C} = \hat{C}'$  و  $\hat{B} = \hat{B}'$  (نمره ۰/۲۵)

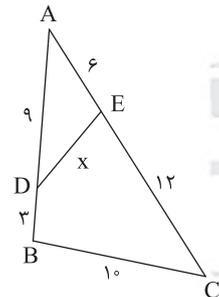
۲-  $AM = A'B'$ ,  $AN = A'C'$ ,  $\hat{A} = \hat{A}' \xrightarrow{\text{ض.ض.}} \triangle AMN \cong \triangle A'B'C' \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{B}'$  (نمره ۰/۵)

۳-  $\hat{M}_1 = \hat{B}'$ ,  $\hat{B} = \hat{B}' \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{B} \Rightarrow MN \parallel BC$  (نمره ۰/۲۵)

۴- طبق قضیه اساسی تشابه،  $\triangle AMN \sim \triangle ABC$  و در نتیجه:  $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ . (نمره ۰/۲۵)

(هندسه دهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)



الف)  $\hat{A} = \hat{A}$  (نمره ۰/۲۵)  
 $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$  (نمره ۰/۵)  $\xrightarrow{\text{ض.ض.}} \triangle ADE \sim \triangle ABC$  (نمره ۰/۲۵)

ب)  $\frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 5$  (نمره ۰/۵)

(هندسه دهم، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)

$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow BC = 5$  (نمره ۰/۲۵)

$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 16 = BH \times 5 \Rightarrow BH = \frac{16}{5}$  (نمره ۰/۵)

$CH = BC - BH = 5 - \frac{16}{5} = \frac{9}{5}$  (نمره ۰/۲۵)

(هندسه دهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

دو جواب دارد.

$$\frac{S}{S'} = \frac{25}{9} = k^2 \Rightarrow k = \frac{5}{3} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{5}{3} = \frac{\text{محیط بزرگ}}{3} \Rightarrow \text{محیط بزرگ} = 50 \text{ (نمره ۰/۵)} \\ \frac{5}{3} = \frac{3}{\text{محیط کوچک}} \Rightarrow \text{محیط کوچک} = 18 \text{ (نمره ۰/۵)} \end{array} \right.$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۸)



پاسخ سؤال ۱: (هر جای خالی ۰/۲۵ نمره)

(د) قائم الزاویه

(ج) ۲

(ب) ۲

(الف) قضیه

(ه) مثلثی - ضلع‌های

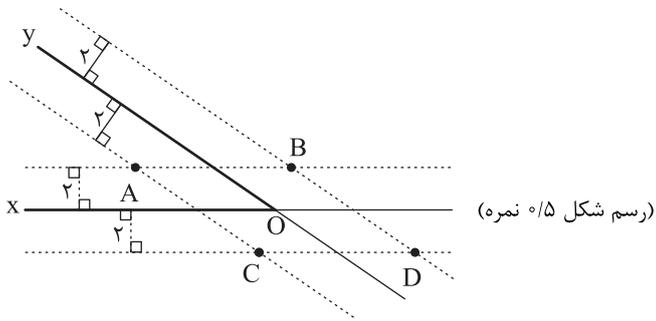
(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۰، ۱۹، ۲۱، ۲۷ و ۳۵)

پاسخ سؤال ۲: (۲ نمره)

(الف) یک زاویه را در نظر می‌گیریم. می‌دانیم مجموعه نقاطی از صفحه که از هر یک از اضلاع زاویه به فاصله ۲ واحد باشد، دو خط به موازات اضلاع و به فاصله ۲ واحد از آن است. (۰/۵ نمره)

خط‌هایی که به فاصله ۲ واحد از اضلاع زاویه هستند را رسم می‌کنیم. محل تلاقی این خط‌ها (A) از هر دو خط به فاصله ۲ واحد است.

(ب) طبق خاصیت نیمساز (هر نقطه از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز قرار دارد)، نقطه A روی نیمساز زاویه O قرار دارد. از A به O وصل می‌کنیم. این نیمساز مورد نظر است. (۰/۵ نمره)



(رسم شکل ۰/۵ نمره)

(ج) ۴ نقطه (نقاط A و B، C، D) (۰/۵ نمره)

(هندسه دهم، صفحه ۱۶)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۷۵ نمره)

(الف) می‌دانیم هر نقطه روی عمودمنصف پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است و برعکس. یعنی هر نقطه که از دو سر پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف است.

ابتدا دو تا از عمودمنصف‌ها را رسم می‌کنیم. اگر O محل تلاقی عمودمنصف‌ها AB و AC باشد، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{روی عمودمنصف AB است} \Rightarrow OA = OB \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ \text{روی عمودمنصف AC است} \Rightarrow OA = OC \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{array} \right\} \Rightarrow OB = OC \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

در نتیجه O روی عمودمنصف ضلع BC است. پس سه عمودمنصف در نقطه O هم‌رس‌اند.

(ب) نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث، از سه رأس مثلث به یک فاصله است. لذا نتیجه می‌گیریم که:

$$2m - 9 = m - 2 \Rightarrow m = 7 \text{ (نمره ۰/۵)}$$

$$m - 2 = 7 - 2 = 5 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

بنابراین فاصله این نقطه از هر یک از رئوس برابر است با:

(هندسه دهم، صفحه ۱۹)

پاسخ سؤال ۴: (هر مورد ۰/۲۵ نمره)

(د) نادرست

(ج) نادرست

(ب) درست

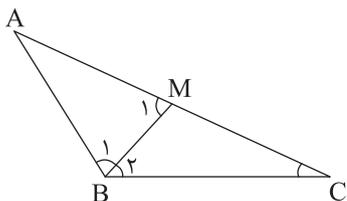
(الف) درست

(و) نادرست

(ه) درست

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۱، ۱۲، ۲۳، ۳۱، ۳۸ و ۴۲)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)



(هندسه دهم، صفحه ۲۱)

$$\hat{B} > \hat{C} \text{ حکم:}$$

$$AC > AB \text{ فرض:}$$

روی ضلع AC به اندازه AB جدا می‌کنیم. به طوری که  $AB = AM$  (نمره ۰/۲۵) و از نقطه B به M وصل می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta BMC \text{ زاویه خارجی } \hat{M}_1 = \hat{C} + \hat{B}_2 \Rightarrow \hat{M}_1 > \hat{C} \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ AB = AM \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{B}_1 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 > \hat{C} \text{ (نمره ۰/۲۵)} \left. \begin{array}{l} \Rightarrow \hat{B} > \hat{C} \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ \Rightarrow \hat{B} > \hat{B}_1 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{array} \right\}$$

پاسخ سؤال ۶: (هر مورد ۰/۵ نمره)

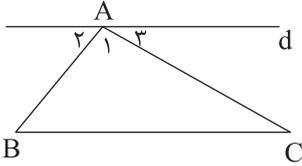
(ب) لوزی وجود دارد که مربع نیست.

(الف) هر لوزی، مربع است.

(هندسه دهم، صفحه ۲۷)



پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)



از رأس A خطی موازی ضلع BC رسم می‌کنیم: (نمره ۰/۲۵)

$$d \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \hat{B} = \hat{A}_2 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ \hat{C} = \hat{A}_3 \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{cases} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 180^\circ \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(هندسه دهم، صفحه ۱۷)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۲۵ نمره)

$$\frac{S_{ACE}}{S_{ADE}} = \frac{EC}{DE} \Rightarrow \frac{3}{1} = \frac{EC}{DE} \Rightarrow DE = \frac{1}{3} EC \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\frac{S_{ACE}}{S_{ABD}} = \frac{EC}{BD} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{EC}{BD} \Rightarrow BD = \frac{1}{2} EC \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

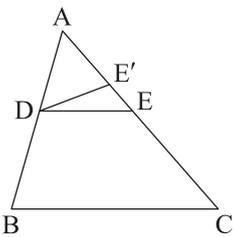
بنابراین:

$$\frac{DE}{BD} = \frac{\frac{1}{3} EC}{\frac{1}{2} EC} = \frac{2}{3} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$\frac{BC}{DE} = \frac{BD + DE + EC}{\frac{1}{3} EC} = \frac{\frac{1}{2} EC + \frac{1}{3} EC + EC}{\frac{1}{3} EC} = \frac{\frac{11}{6} EC}{\frac{1}{3} EC} = \frac{11}{2} \text{ (نمره ۰/۵)}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)



عکس قضیه تالس: اگر خطی روی دو ضلع مثلثی چهار پاره خط متناسب جدا کند، آنگاه آن خط با ضلع سوم مثلث موازی است. (نمره ۰/۲۵)

فرض:  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ , حکم:  $DE \parallel BC$

اثبات به روش برهان خلف: اگر  $DE$  موازی  $BC$  نباشد، می‌توان از  $D$  خطی موازی  $BC$  رسم کرد که  $AC$  را در نقطه‌ای مانند  $E'$  قطع کند (نمره ۰/۲۵). در این صورت بنابر قضیه تالس داریم:

$$\left. \begin{aligned} DE' \parallel BC &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{AB} = \frac{AE'}{AC} \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ \text{فرض: } \frac{AD}{AB} &= \frac{AE}{AC} \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AE'}{AC} = \frac{AE}{AC} \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

پس  $AE = AE'$ . یعنی  $E$  بر  $E'$  منطبق است که این تناقض است. پس فرض خلف غلط است و  $DE$  موازی با  $BC$  است. (نمره ۰/۲۵)

(هندسه دهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

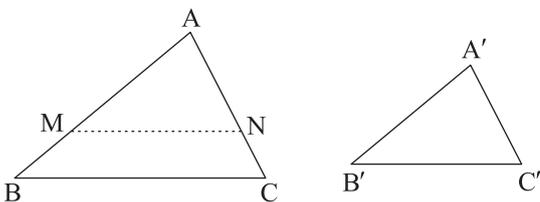
$$\left. \begin{aligned} MN \perp AC \\ BC \perp AC \end{aligned} \right\} \Rightarrow MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس (نمره ۰/۲۵)}} \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \text{ (نمره ۰/۲۵)} \Rightarrow \frac{5}{5+x} = \frac{3}{6} \text{ (نمره ۰/۵)}$$

$$\Delta AMN : MN^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow MN = 3 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

$$5 + x = 10 \Rightarrow x = 5 \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۷۵ نمره)



فرض:  $\hat{A} = \hat{A}'$ ,  $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$  حکم:  $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$



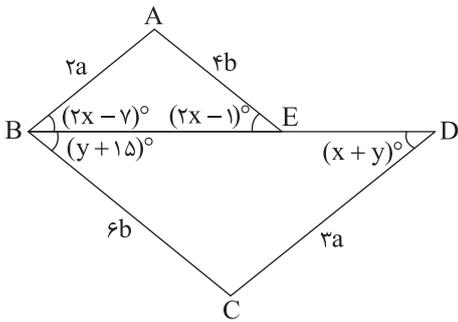
اثبات: مطابق شکل (در مثلث بزرگ‌تر یعنی  $\triangle ABC$ ) روی ضلع  $AB$  پاره خط  $AM$  را مساوی  $A'B'$  و همچنین روی ضلع  $AC$  پاره خط  $AN$  را مساوی  $A'C'$  جدا کرده‌ایم. (۲۵/۰ نمره)

$$\left. \begin{array}{l} AM = A'B' \\ AN = A'C' \\ \hat{A} = \hat{A}' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ضدض}} \triangle AMN \cong \triangle A'B'C' \quad (1) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} MN = B'C' \\ \hat{M} = \hat{B}' \\ \hat{N} = \hat{C}' \end{array} \right. \quad (25/0 \text{ نمره})$$

$$\text{فرض: } \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \xrightarrow{\frac{A'B'=AM}{A'C'=AN}} \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \xrightarrow{\text{طبق عکس قضیه تالس}} MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle AMN \sim \triangle ABC \xrightarrow{(1)} \triangle A'B'C' \sim \triangle ABC \quad (25/0 \text{ نمره})$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)



$$\text{فرض: } BE = 2DE \Rightarrow \frac{DE}{BE} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{DB}{BE} = \frac{3}{2} \quad (25/0 \text{ نمره})$$

$$\frac{AB}{DC} = \frac{AE}{BC} = \frac{BE}{BD} \Rightarrow \frac{2a}{3a} = \frac{2b}{6b} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{ضدض}} \triangle ABE \sim \triangle CDB \quad (25/0 \text{ نمره})$$

$$\xrightarrow{\text{اولاً}} \left\{ \begin{array}{l} \hat{D} = \hat{ABE} \Rightarrow x + y = 2x - 7 \Rightarrow x - y = 7 \quad (25/0 \text{ نمره}) \\ \hat{E} = \hat{CDB} \Rightarrow 2x - 1 = y + 15 \Rightarrow 2x - y = 16 \quad (25/0 \text{ نمره}) \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} \left\{ \begin{array}{l} -x + y = -7 \\ 2x - y = 16 \end{array} \right. \Rightarrow x = 9, y = 2 \quad (25/0 \text{ نمره})$$

$$\text{ثانیاً } \frac{S_{BCD}}{S_{ABE}} = \left(\frac{BD}{BE}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \quad (25/0 \text{ نمره})$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۸)

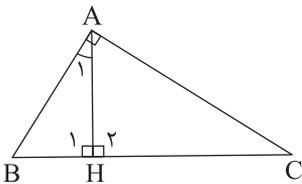
پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۲۵ نمره)

نسبت محیط‌های دو مثلث برابر نسبت تشابه است. در نتیجه:

$$\frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} = k \Rightarrow \frac{8 + 9 + 15}{12} = \frac{8}{12} \Rightarrow \frac{32}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{محیط مثلث دوم} = 48 \quad (25/0 \text{ نمره})$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۸)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱ نمره)



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C} \quad (25/0 \text{ نمره}) \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \quad (25/0 \text{ نمره}) \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{زن}} \triangle ABH \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{BH}{AH} = \frac{AH}{HC} \Rightarrow AH^2 = BH \times HC \quad (25/0 \text{ نمره})$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۲)

سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
فرهاد فرزنامی	مریم خیری پور - زین العابدین غلامی	مهرداد شریف - فاطمه فرجی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)		
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین‌الدین تقی‌زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان		



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۵ نمره)

$$\frac{16}{49} \text{ (د)}$$

ج) قاعده‌های

ب) عکس قضیه

الف) نیمساز

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۲، ۲۲، ۳۱ و ۴۷)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۵ نمره)

د) درست

ج) نادرست

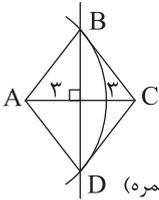
ب) نادرست

الف) درست

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۰، ۲۷، ۳۰ و ۳۵)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

قطر AC را به طول ۶ رسم کرده و عمودمنصف آن را می‌کشیم. (۵/۵ نمره) به مرکز A (یا C) کمانی به شعاع ۴ رسم می‌کنیم تا عمودمنصف را در نقاط B و D قطع کند. (۵/۵ نمره) نقاط را به هم وصل می‌کنیم.



رسم شکل (۵/۵ نمره)

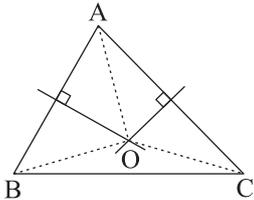
(هندسه دهم، صفحه ۱۶)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

چون پاره خط‌های AB و AC متقاطع‌اند، عمودمنصف‌های آنها نیز در نقطه O متقاطع‌اند.

$$\left. \begin{array}{l} \text{AC روی عمودمنصف ضلع AB: } OA = OB \text{ (نمره } 5/5) \\ \text{AB روی عمودمنصف ضلع AC: } OA = OC \text{ (نمره } 5/5) \end{array} \right\} \Rightarrow OB = OC \text{ (نمره } 25/5)$$

بنابراین O از دو سر ضلع BC به یک فاصله است، در نتیجه روی عمودمنصف ضلع BC قرار دارد. (۲۵/۵ نمره) یعنی عمودمنصف‌ها در نقطه O هم‌رس‌اند.



(هندسه دهم، صفحه ۱۸)

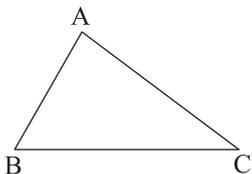
پاسخ سؤال ۵: (هر مورد ۵/۵ نمره)

الف) در هر چهارضلعی، مجموع زاویه‌های داخلی برابر ۳۶۰ درجه است.

ب) چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است اگر و تنها اگر قطرهای یکدیگر را نصف کنند.

(هندسه دهم، صفحه‌های ۲۳ و ۲۷)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)



فرض:  $\hat{B} > \hat{C}$

حکم:  $AC > AB$

به خلف فرض کنیم  $AC \not\parallel AB$  (۲۵/۵ نمره) دو حالت وجود دارد:

حالت اول: اگر  $AC = AB$  باشد، در این صورت مثلث ABC متساوی‌الساقین است و در نتیجه  $\hat{B} = \hat{C}$  که با فرض در تناقض است. (۵/۵ نمره)

حالت دوم: اگر  $AC < AB$  باشد، در این صورت طبق قضیه، باید  $\hat{B} < \hat{C}$  باشد که با فرض در تناقض است. (۵/۵ نمره)

بنابراین نقیض حکم (فرض خلف) غلط و خود حکم درست است. (۲۵/۵ نمره)

(هندسه دهم، صفحه ۲۴)

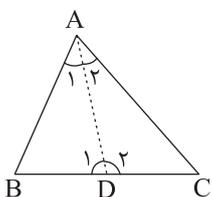
پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

نیمساز AD را رسم می‌کنیم. (۲۵/۵ نمره) با استفاده از زاویه خارجی می‌توان نوشت:

حکم:  $AB + AC > BC$

$$\hat{D}_1 > \hat{A}_1 \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{A}_2} \hat{D}_1 > \hat{A}_2 \Rightarrow AC > DC \text{ (نمره } 5/5)$$

$$\hat{D}_1 > \hat{A}_2 \xrightarrow{\hat{A}_2 = \hat{A}_1} \hat{D}_1 > \hat{A}_1 \Rightarrow AB > BD \text{ (نمره } 5/5)$$



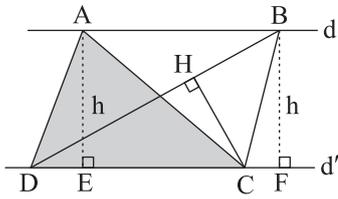
با جمع کردن دو نامساوی داریم:

$$AB + AC > BD + DC \Rightarrow AB + AC > BC \text{ (نمره } 25/5)$$

(هندسه دهم، صفحه ۲۷)



پاسخ سؤال ۸: (۱/۲۵) (نمره)



$$S_{BDC} = \frac{CH \times BD}{2} = \frac{4 \times 7}{2} = 14 \text{ (نمره } \frac{5}{5} \text{)}$$

با رسم ارتفاع‌های AE و BF داریم:

$$d \parallel d' \Rightarrow AE = BF = h \left. \begin{array}{l} \text{(نمره } \frac{5}{5} \text{)} \\ \text{DC قاعده مشترک} \end{array} \right\} \rightarrow S_{\triangle ADC} = S_{\triangle BDC} = 14 \text{ (نمره } \frac{25}{5} \text{)}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۳)

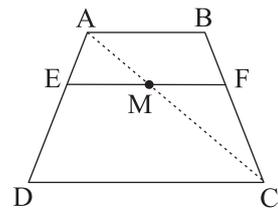
پاسخ سؤال ۹: (۱/۵) (نمره)

$$\left. \begin{array}{l} DE \parallel BF \xrightarrow{\text{جزء به جزء}} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EF} \text{ (نمره } \frac{5}{5} \text{)} \\ DF \parallel BC \xrightarrow{\text{جزء به جزء}} \frac{AD}{DB} = \frac{AF}{FC} \text{ (نمره } \frac{5}{5} \text{)} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow FC = 15 \text{ (نمره } \frac{25}{5} \text{)}$$

و در نتیجه:  $EC = \frac{6}{6} + \frac{15}{6} = 21$  (نمره  $\frac{25}{5}$ )

(هندسه دهم، صفحه ۳۷)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۲۵) (نمره)

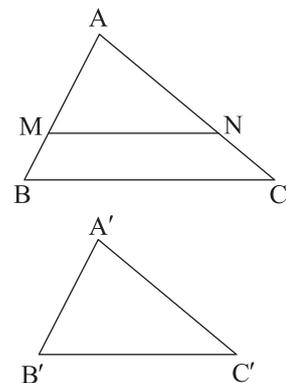


قطر AC را رسم کرده و نقطه برخورد با EF را M می‌نامیم. با استفاده از قضیه تالس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ADC : EM \parallel BC \xrightarrow{\text{جزء به کل}} \frac{AE}{AD} = \frac{AM}{AC} \text{ (نمره } \frac{5}{5} \text{)} \\ \triangle ABC : MF \parallel AB \xrightarrow{\text{جزء به کل}} \frac{AM}{AC} = \frac{BF}{BC} \text{ (نمره } \frac{5}{5} \text{)} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} \text{ (نمره } \frac{25}{5} \text{)}$$

(هندسه دهم، صفحه ۳۷)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵) (نمره)



فرض:  $\hat{A} = \hat{A}'$  و  $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$

حکم:  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

روی ضلع‌های AB و AC، پاره‌خط‌های AM و AN را به ترتیب هم‌اندازه  $A'B'$  و  $A'C'$  جدا می‌کنیم. (نمره  $\frac{25}{5}$ )

$$\left. \begin{array}{l} AM = A'B' \\ AN = A'C' \\ \hat{A} = \hat{A}' \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ضریب}} \triangle AMN \cong \triangle A'B'C' \text{ (نمره } \frac{25}{5} \text{)}$$

بنا به فرض داریم:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \xrightarrow{\text{عکس تالس (نمره } \frac{25}{5} \text{)}} MN \parallel BC \text{ (نمره } \frac{25}{5} \text{)}$$

با استفاده از قضیه اساسی تشابه نتیجه می‌گیریم:  $\triangle AMN \sim \triangle ABC$  (نمره  $\frac{25}{5}$ )

بنابراین:  $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$  (نمره  $\frac{25}{5}$ )

(هندسه دهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۲۵) (نمره)

$$\hat{B}_1 = \hat{C}, \hat{A} = \hat{A} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{x}{2\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{x+5} = \frac{\sqrt{6}}{y} \text{ (نمره } \frac{25}{5} \text{)}$$

$$\Rightarrow x(x+5) = 24 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \frac{3}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{y} \Rightarrow y = \frac{2\sqrt{6} \times \sqrt{6}}{3} = 4 \text{ (نمره } \frac{25}{5} \text{)}$$

(هندسه دهم، صفحه ۴۱)

