



دفترچه سوال

هندسه پایه یازدهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول



مرکز پیشرفت آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۴

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

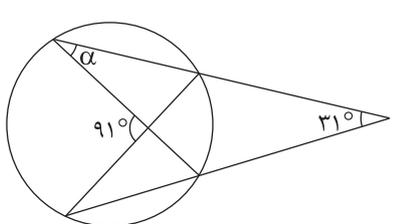
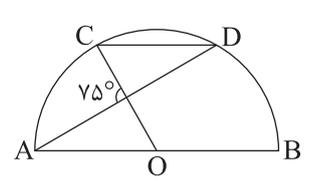
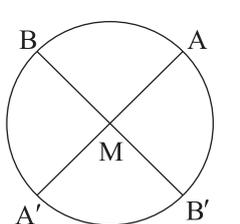
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۲	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر مشخص کنید.</p> <p>(الف) اگر قطر دایره، وتری از آن را نصف کند، بر آن وتر عمود است.</p> <p>(ب) طول کمانی که اندازه زاویه مرکزی آن α درجه است، برابر $\frac{\pi r \alpha}{180}$ می باشد.</p> <p>(ج) در حالت کلی، تبدیل دوران شیب خط را حفظ می کند.</p> <p>(د) هر تبدیل طولپا، اندازه زاویه را حفظ می کند.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	۱
۳	<p>جاهای خالی را با کلمات یا اعداد مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) اگر اندازه کمان محصور به وتری از یک دایره، 90° درجه باشد، آنگاه طول وتر برابر شعاع دایره است.</p> <p>(ب) در دایره‌ای به شعاع ۴، مساحت قطاعی که زاویه مرکزی آن 60° درجه است، برابر می باشد.</p> <p>(ج) اگر نیمسازهای زوایای داخلی یک چندضلعی هم‌رس باشد، آن چندضلعی است.</p> <p>(د) تبدیل ، جهت شکل را حفظ نمی کند.</p> <p>(ه) ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی یک و با محورهای متقاطع یک است.</p>	۲
۱	<p>در شکل زیر، اندازه زاویه α را به دست آورید.</p> 	۳
۱/۵	<p>در شکل زیر، O مرکز نیم دایره است و $CD \parallel AB$. اندازه کمان CD را به دست آورید.</p> 	۴
۱/۵	<p>از نقطه M واقع در داخل دایره زیر، دو وتر دلخواه AA' و BB' رسم شده‌اند. ثابت کنید: $MA \cdot MA' = MB \cdot MB'$</p> 	۵



مرکز بخش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۱/۱۰/۱۴

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۲ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۱	<p>در شکل زیر، مقدار x را محاسبه کنید.</p>	۶
۲	<p>طول شعاع‌های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $3\sqrt{7}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $\sqrt{15}$ و طول خط‌المركزین آنها مساوی ۸ واحد است.</p>	۷
۱/۵	<p>طول خط‌المركزین دو دایره مماس درونی ۲ سانتی‌متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها 16π سانتی‌متر مربع است. طول شعاع‌های دو دایره را به دست آورید.</p>	۸
۱/۵	<p>ثابت کنید یک دوزنقه محاطی است، اگر و تنها اگر متساوی‌الساقین باشد.</p>	۹
۱/۵	<p>اندازه قاعده مثلث متساوی‌الساقینی ۶ و ارتفاع وارد بر آن ۴ سانتی‌متر است. اندازه شعاع دایره محاطی داخلی و شعاع‌های دایره‌های محاطی خارجی مثلث را تعیین کنید.</p>	۱۰
۲	<p>در دو حالت زیر، ثابت کنید انتقال یک تبدیل طولپا است.</p> <p>(الف)</p> <p>(ب)</p>	۱۱
۱/۵	<p>نقطه A به فاصله $2\sqrt{6}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d، نقطه A' می‌نامیم. نقطه A را حول نقطه A' به اندازه 120° درجه دوران می‌دهیم تا نقطه A'' حاصل شود. طول پاره خط AA'' را محاسبه کنید.</p>	۱۲
۲۰	جمع باریم	



مرکز تحقیق و توسعه آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

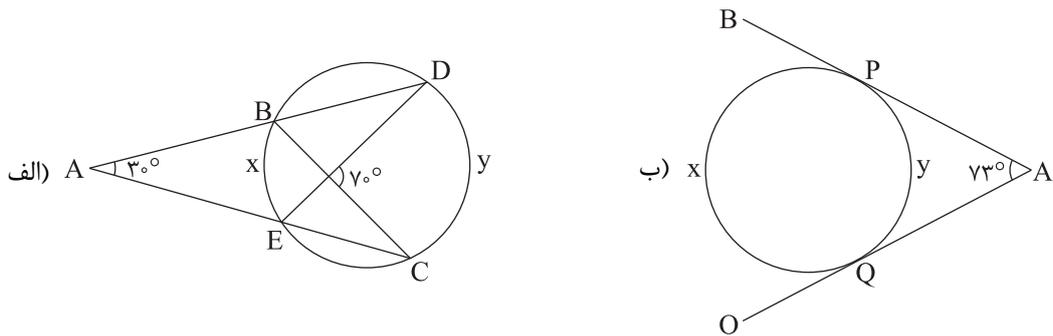
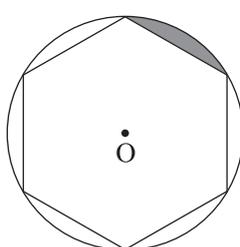
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۳

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۱)

بارم	سؤال	ردیف
۱	هر یک از مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) تبدیل ایزومتري ب) نقطه ثابت تبدیل	۱
۱	در سوالات زیر گزینه درست را انتخاب کنید. الف) مرکز دایره محاطی داخلی هر مثلث، محل برخورد آن مثلث است. (۱) ارتفاع‌های (۲) عمودمنصف‌های اضلاع (۳) نیم‌سازهای زاویه‌های درونی (۴) میانه‌های ب) مرکز دایره محیطی هر مثلث، محل برخورد آن مثلث است. (۱) ارتفاع‌های (۲) عمودمنصف‌های اضلاع (۳) نیم‌سازهای زاویه‌های درونی (۴) میانه‌های	۲
۱	ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی نصف کمان روبه‌روی آن است.	۳
۲	مقادیر مجهول را بیابید. (AP و AQ بر دایره مماس هستند) 	۴
۱	در شکل زیر مساحت قسمت رنگی را به دست آورید. (شعاع دایره ۴ و شش ضلعی منتظم است) 	۵



مرکز تحقیق آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

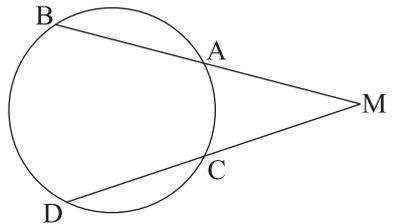
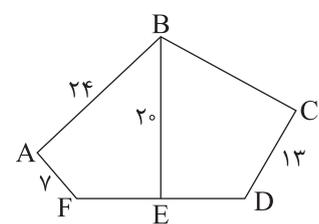
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۲ از ۳

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۱)

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	<p>ثابت کنید هرگاه خط‌های شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه‌ای مانند M خارج دایره یک‌دیگر را قطع کنند آنگاه:</p> $MA \times MB = MC \times MD$ 	۶
۱	<p>در دایره $C(O, R)$ وتر AB، وتر CD به طول ۹ سانتی‌متر را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کرده است. اگر $AB = ۱۱$ باشد، آنگاه وتر CD، وتر AB را به چه نسبتی قطع کرده است؟</p>	۷
۱/۵	<p>مقدار x را چنان بیابید که اندازه مماس مشترک داخلی دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۳ و خط‌المركزین $d = ۱۳$، برابر $۵x - ۸$ باشد.</p>	۸
۱	<p>طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس، $\sqrt{۲}$ برابر شعاع دایره بزرگ‌تر است. شعاع دایره بزرگ‌تر، چند برابر شعاع دایره کوچک‌تر است؟</p>	۹
۱	<p>ثابت کنید عمودمنصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یک‌دیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می‌کنند.</p>	۱۰
۱/۵	<p>اگر در مثلث ABC، r_a, r_b, r_c شعاع‌های سه دایره محیطی خارجی مثلث و r شعاع دایره محیطی داخلی باشند، نشان دهید:</p> $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$	۱۱
۲	<p>در شکل زیر، BE عمودمنصف FD بوده و چهارضلعی $ABEF$، محاطی و چهارضلعی $BCDE$ محیطی است. با توجه به اندازه‌های داده شده بر روی شکل، طول پاره خط BC را به دست آورید.</p> 	۱۲



مرکز تحقیق آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

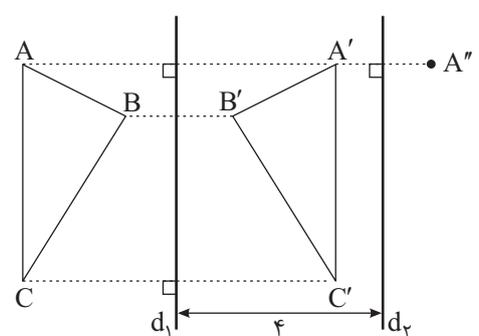
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۳ از ۳

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۱)

بارم	سؤال	ردیف
۱	در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد، ثابت کنید که اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد، $A'B'$ و AB هم اندازه اند.	۱۳
۲	<p>در شکل زیر $d_1 \parallel d_2$ و مثلث $A'B'C'$ بازتاب مثلث ABC نسبت به خط d_1 است.</p> <p>الف) بازتاب مثلث $A'B'C'$ را نسبت به خط d_2 رسم کنید و آن را مثلث $A''B''C''$ بنامید.</p> <p>ب) نشان دهید $AA'' = 8$.</p> <p>ج) تبدیلی را معرفی کنید که به طور مستقیم ABC را به $A''B''C''$ تصویر کند.</p> 	۱۴
۱/۵	نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط l است. اگر $AA' = 10$ و نقطه O روی خط l و $OA = 13$ باشد، فاصله نقطه A از خط OA' چقدر است؟	۱۵
۲۰	جمع بارجم	



مرکز تحقیقات آموزشی مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۲)

بارم	سؤال	ردیف
۲	<p>جاهای خالی را با واژه مناسب کامل کنید.</p> <p>(الف) در تبدیل دوران اگر زاویه دوران 180° درجه باشد، شیب خط حفظ (ب) محور بازتابی که نقطه A را به A' تصویر می کند، پاره خط AA' است. (ج) در هر تبدیل، نقطه ای که تبدیل یافته آن به خود آن نقطه منطبق می شود را، می نامند. (د) تبدیلی که طول پاره خطها را حفظ می کند نامیده می شود.</p>	۱
۱	<p>ثابت کنید کمان های محصور بین دو وتر موازی، با هم برابر هستند.</p>	۲
۲	<p>در هر یک از شکل های زیر، مقادیر x و y را به دست آورید.</p>	۳
۱	<p>شعاع دایره زیر ۴ واحد است. مساحت ناحیه سایه زده را محاسبه کنید.</p>	۴
۲	<p>در شکل زیر، دو دایره بر هم مماس و دو قطر AB و CD از دایره بزرگ تر بر هم عمودند. اگر $AM = 16$ و $ND = 10$، شعاع های دو دایره را پیدا کنید.</p>	۵
۱	<p>در دایره $C(O, R)$، $\widehat{AB} = 60^\circ$ و $AB = 10$. فاصله O از وتر AB را به دست آورید.</p>	۶
۱	<p>دایره $C(O, R)$ و نقطه M واقع در خارج این دایره داده شده اند. از نقطه M بر این دایره دو مماس رسم کنید. (مراحل رسم را توضیح دهید)</p>	۷



مرکز پیشرفته آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۱

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۲ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۲)

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	طول شعاع‌های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $۶\sqrt{۲}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $۴\sqrt{۲}$ و طول خط‌المركزین آنها مساوی ۹ واحد است.	۸
۱/۵	طول خط‌المركزین دو دایره مماس درونی ۲ سانتی‌متر و مساحت ناحیه محدود بین آنها ۱۶π سانتی‌متر مربع است. طول شعاع دو دایره را به دست آورید.	۹
۱	با توجه به شکل زیر، مقدار x را به دست آورید.	۱۰
۲	ثابت کنید یک چهارضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل یکدیگر باشند.	۱۱
۱	در یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $۸\sqrt{۳}$ شعاع دایره‌های محیطی و محاطی خارج را به دست آورید.	۱۲
۱	اگر نقطه A' دوران یافته A به مرکز O و زاویه α باشد، ثابت کنید نقطه O روی عمود منصف AA' قرار دارد.	۱۳
۰/۵	دوران یافته شکل زیر را تحت دورانی به مرکز O و با زاویه ۹۰° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت رسم کنید.	۱۴
۱/۵	در شکل، دو خط d_1 و d_2 با زاویه θ یکدیگر را قطع کرده‌اند. مثلث $A'B'C'$ بازتاب مثلث ABC نسبت به خط d_1 است. بازتاب مثلث $A'B'C'$ را نسبت به خط d_2 رسم کنید و آن را $A''B''C''$ بنامید. الف) نشان دهید: $\angle AOA'' = 2\theta$ ب) اندازه $\angle B''OB''$ و $\angle C''OC''$ چقدر است؟ ج) با چه تبدیلی می‌توان مثلث $A''B''C''$ را تصویر ABC دانست؟	۱۵
۲۰	جمع بارم	



باسمه تعالی

س ل م
مجموعه مدارس سلام

آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۸

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۶

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۲/۵	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) یک چهارضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن باشند.</p> <p>(ب) اگر فاصله خطی از مرکز دایره برابر شعاع دایره باشد، خط و دایره نقطه اشتراک دارند، یعنی</p> <p>(ج) تبدیل‌هایی که طول پاره‌خط را حفظ می‌کنند، تبدیلات نامیده می‌شوند.</p> <p>(د) زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره، یک ضلعش وتر دایره و ضلع دیگرش مماس باشد نام دارد.</p> <p>(ه) بزرگترین وتر دایره را می‌گویند.</p>	۱
۰/۷۵	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) یک چندضلعی محیطی است، اگر و فقط اگر همه نیم‌سازهای زاویه‌های آن در یک نقطه هم‌رس باشند.</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>(ب) یک دوزنقه متساوی‌الساقین، محاطی و محیطی است.</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p> <p>(ج) شعاع دایره محاطی خارجی نظیر رأس A از مثلث ABC برابر با $r_a = \frac{S}{p-a}$ (P نصف محیط و S مساحت) است.</p> <p><input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست</p>	۲
۰/۷۵	<p>کدام گزینه درست نیست؟</p> <p>(۱) نتیجه ترکیب دو بازتاب محوری با محورهای عمود بر هم، بازتاب نسبت به نقطه است.</p> <p>(۲) ترکیب چند انتقال، یک انتقال می‌باشد.</p> <p>(۳) زاویه بین خط و دوران یافته آن، به اندازه زاویه دوران است.</p> <p>(۴) هر تبدیلی که اندازه زاویه را حفظ کند، طولی می‌باشد.</p>	۳



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)



مجموعه مدارس سلام

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۸

صفحه ۲ از ۶

بارم	سؤال	ردیف
۲	<p>در شکل‌های زیر، مقادیر خواسته شده را محاسبه کنید.</p> <p>(الف)</p> <p>$x = ?$ $y = ?$</p> <p>(ب)</p> <p>$x + y = ?$</p>	۴
۲	<p>در شکل‌های زیر، مقادیر x و y را محاسبه کنید.</p> <p>(الف)</p> <p>x 2 y 4</p> <p>(ب)</p> <p>12 9 15</p>	۵



باسمه تعالی

آزمون تشریحی مدارس سلام

س ل م
مجموعه مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۸

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

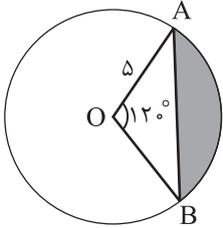
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۳ از ۶

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۲		۶
۱/۵	ثابت کنید که اگر یک چهارضلعی محاطی باشد، آنگاه هر دو زاویه مقابل آن مکمل هستند.	۷
۱/۵	r, r_c, r_b, r_a به ترتیب شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی و شعاع دایره محاطی داخلی مثلث ABC هستند. اگر $r = 1\text{ cm}$, $r_b = 4\text{ cm}$, $r_a = 3\text{ cm}$ باشند، اندازه r_c را محاسبه کنید.	۸



باسمه تعالی

آزمون تشریحی مدارس سلام

مجموعه مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۸

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

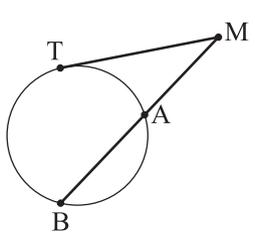
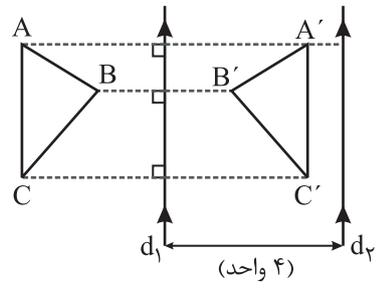
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۴ از ۶

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	<p>در شکل زیر، MT بر دایره مماس است. ثابت کنید $MT^2 = MA \cdot MB$.</p> 	۹
۲	<p>با توجه به شکل زیر، مثلث $A'B'C'$ بازتاب مثلث ABC نسبت به خط d_1 است.</p> <p>الف) بازتاب مثلث $A'B'C'$ را نسبت به خط d_2 رسم کنید و آن را مثلث $A''B''C''$ بنامید.</p> 	۱۰



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

س ل ا م
مجموعه مدارس سلام

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

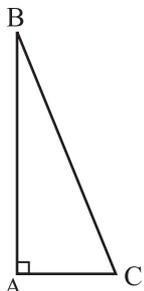
کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۸

صفحه ۵ از ۶

بارم	سؤال	ردیف
	<p>(ب) نشان دهید $\angle A = 80^\circ$.</p> <p>(پ) تبدیلی را معرفی کنید که به طور مستقیم $\triangle ABC$ را به $\triangle A''B''C''$ تصویر کند. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟</p>	
۱/۵	<p>مثلث $\triangle ABC$ را حول رأس A به اندازه 27° دوران دهید.</p> 	۱۱



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

س ل م
مجموعه مدارس سلام

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

کلاس:

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۸

صفحه ۶ از ۶

بارم	سؤال	ردیف
۲	ثابت کنید هر تبدیل طولیا اندازه زاویه را حفظ می کند.	۱۲
۲۰	جمع بارم	



پیش آزمون تشریحی مدارس سلام (سری اول)

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:

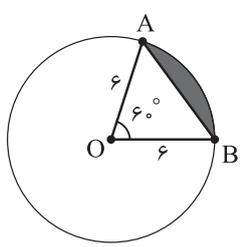
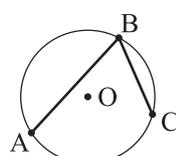
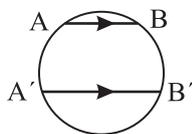
مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

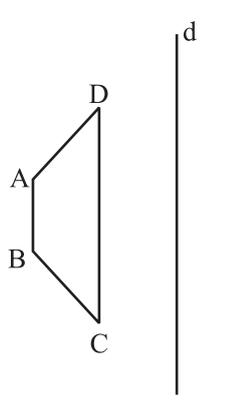
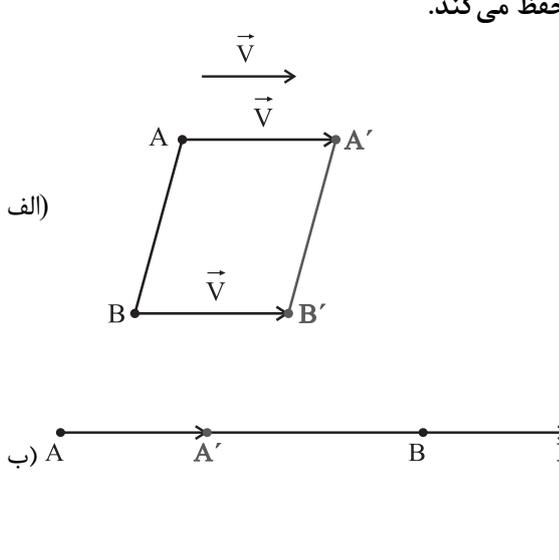
پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) زاویه ظلّی: ب) تبدیل طولیا:	۱
۱/۵	اگر در دایره زیر، وترهای AB و $A'B'$ موازی باشند، آنگاه ثابت کنید: $\widehat{AA'} = \widehat{BB'}$	۲
۱	دو دایره $C(O, 10)$ و $C'(O', m)$ متخارج هستند؛ به طوری که طول خط‌المركزین $d = 17$ است؛ حدود m را تعیین کنید.	۳
۱/۵	قضیه: ثابت کنید در هر چهارضلعی محیطی مجموع اضلاع روبه‌رو مساوی هستند.	۴
۲	اگر در مثلث ABC اضلاع $a = 13$ ، $b = 12$ و $c = 5$ باشند؛ اندازه شعاع دایره محاطی خارجی نظیر رأس بزرگ‌تر مثلث چقدر است؟	۵
۱/۵	در شکل زیر، ثابت کنید: $\widehat{ABC} = \frac{1}{4} \widehat{AC}$	۶
۲	نحوه رسم دایره محیطی مثلث را به همراه رسم شکل بیان کنید.	۷
۲	مطابق شکل در دایره به شعاع ۴، مساحت ناحیه سایه زده را محاسبه کنید.	۸





بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	اگر شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث و شعاع دایره محاطی داخلی باشد، نشان دهید: $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$	۹
۱	بازتاب شکل زیر را نسبت به محور d به دست آورید. 	۱۰
۲	نشان دهید که در دو حالت زیر، انتقال با بردار \vec{V} طول پاره خط را حفظ می‌کند. 	۱۱
۱/۵	نقطه O و خط L در صفحه مفروض‌اند؛ تبدیل L به مرکز O با زاویه 90° درجه در جهت حرکت عقربه‌های ساعت را تشریح کنید.	۱۲
۰/۵ ۰/۵	ارزش گزاره‌های زیر را بیابید. (درستی یا غلط بودن) الف) در هر تبدیل طولپا یا ایزومتر، تبدیل یافته هر زاویه، زاویه‌ای مساوی آن است. ب) در دوران اندازه زاویه حفظ نمی‌شود.	۱۳
۲۰	جمع بارم	



باسمه تعالی

س ل م
مجموعه مدارس سلام

پیش آزمون تشریحی مدارس سلام (سری دوم)

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۰/۵ ۰/۵ ۰/۵ ۰/۵	<p>ارزش گزاره‌های زیر را بیابید. (درستی یا غلط بودن)</p> <p>الف) اگر فاصله خط L از مرکز دایره C کمتر از شعاع باشد، خط و دایره نقطه مشترکی ندارند.</p> <p>ب) در دو دایره $C_1(O_1, 2)$، $C_2(O_2, 8)$ و با طول خط‌المركزین $d = 10$، اندازه مماس مشترک خارجی برابر ۸ واحد است.</p> <p>ج) در مثلث ABC مکان تلاقی ارتفاع‌های رئوس، مرکز دایره «محاطی» مثلث است.</p> <p>د) در هر تبدیل طولیا، اندازه زاویه حفظ می‌شود.</p>	۱
۱	از نقطه T روی دایره C چگونه می‌توان خط مماس بر دایره رسم کرد؟	۲
۲	<p>در شکل زیر؛ کمان‌های \widehat{DC} و \widehat{BE} چند درجه می‌باشند؟</p>	۳
۱/۵	ثابت کنید اگر قطری از یک دایره یکی از وترهای آن دایره را نصف کند، بر آن وتر عمود است و کمان نظیر آن وتر را نیز نصف می‌کند.	۴
۱/۵	طول خط‌المركزین دو دایره، ۱۰ واحد است. اگر طول مماس مشترک‌های داخلی و خارجی آن به ترتیب $2\sqrt{21}$ و ۶ واحد باشند، طول شعاع‌های دایره‌ها را بیابید.	۵
۱	<p>در شکل زیر، نشان دهید که $\hat{A} = \frac{1}{4}(\widehat{DE} - \widehat{BC})$.</p>	۶
۱/۵	<p>در شکل مقابل، اندازه زاویه α را به دست آورید.</p>	۷



پیش آزمون تشریحی مدارس اسلام (سری دوم)

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۰

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

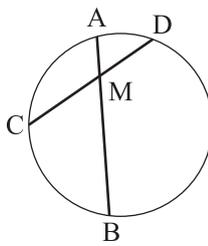
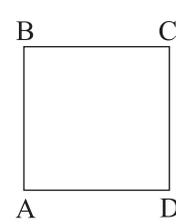
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۲ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۲	<p>در دایره $C(O, R)$، وتر AB و وتر CD به طول ۱۸ سانتی متر را به نسبت ۴ به ۵ تقسیم می کند. اگر طول پاره خط AB ۲۴ سانتی متر باشد، آنگاه معین کنید که وتر CD و وتر AB را به چه نسبتی قطع می کند؟</p> 	۸
۱/۵	طول ضلع مثلث متساوی الاضلاعی را به دست آورید که در دایره ای به شعاع R محاط شده است.	۹
۱/۵	<p>مربع $ABCD$ را حول رأس A به اندازه $18^\circ +$ دوران بدهید.</p> 	۱۰
۱	اگر نقطه A' دوران یافته نقطه A به مرکز O و زاویه α باشد، ثابت کنید: نقطه O روی عمود منصف AA' قرار می گیرد.	۱۱
۲	<p>در دو حالت زیر ثابت کنید بازتاب یک تبدیل طولی است:</p> <p>(الف) پاره خط AB با محور بازتاب d موازی باشد.</p> <p>(ب) پاره خط AB محور بازتاب d را در نقطه ای مانند M قطع کند.</p>	۱۲
۱/۵	قضیه: ثابت کنید در هر انتقال شیب خط ثابت می ماند. (انتقال شیب نگهدار)	۱۳
۲۰	جمع بarm	



مرکز تحقیق و آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

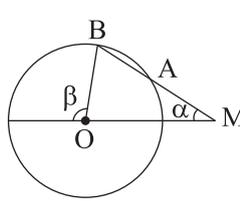
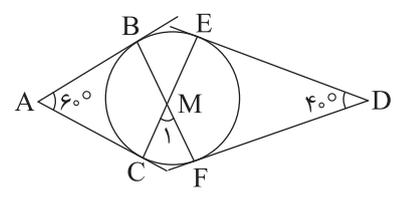
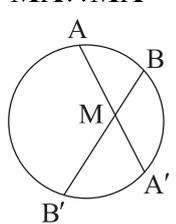
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۱)

بارم	سؤال	ردیف
۲	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) بین دو وتر نابرابر، وتری بزرگتر است که فاصله‌اش از مرکز کمتر باشد.</p> <p>(ب) در دو دایره مماس خارج به شعاع‌های R و R'، طول مماس مشترک خارجی برابر $\sqrt{RR'}$ است.</p> <p>(ج) هفت ضلعی منتظم هم محاطی است و هم محیطی.</p> <p>(د) در هر تبدیل طولیا، تبدیل یافته هر زاویه، زاویه‌ای هم‌اندازه با آن است.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	۱
۱/۵	<p>دایره $C(O, R)$ مفروض است. از نقطه M خارج دایره خطی چنان رسم کرده‌ایم که دایره را در دو نقطه A و B قطع کرده است و $MA = R$؛ نشان دهید: $\beta = 3\alpha$.</p> 	۲
۱/۵	<p>در شکل زیر، از هر کدام از نقاط A و D خارج دایره دو مماس بر این دایره رسم شده است. اندازه زاویه M_1 را بیابید.</p> 	۳
۱/۵	<p>از نقطه M واقع در داخل دایره C دو وتر دلخواه AA' و BB' رسم شده‌اند، ثابت کنید:</p> $MA \times MA' = MB \times MB'$ 	۴
۱/۵	<p>از نقطه P در خارج دایره‌ای، مماس PA به طول $10\sqrt{3}$ را بر آن رسم کرده‌ایم (A روی دایره است). همچنین خط راستی از P گذرانده‌ایم که دایره را در دو نقطه B و C قطع کرده است و $BC = 20$. طول‌های PB و PC را به دست آورید.</p>	۵
۱	<p>طول مماس مشترک خارجی دو دایره متقاطع به شعاع‌های ۱۲ و ۶ برابر ۸ است. طول خط‌المركزین این دو دایره را بیابید.</p>	۶
۱/۵	<p>یک n ضلعی محیطی با مساحت S و محیط $2p$ را در نظر بگیرید. اگر شعاع دایره محاطی این شکل r باشد، ثابت کنید:</p> $r = \frac{S}{p}$	۷



مرکز تحقیقات آموزشی مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:

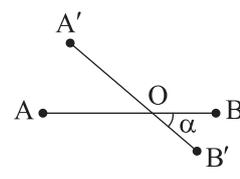
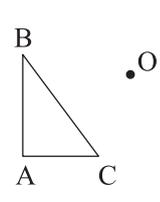
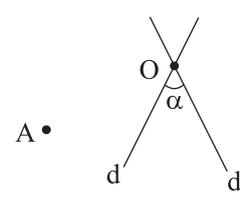
مدرسه:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۱)

صفحه ۲ از ۲

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	دوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ ($AD = BC$) بر دایره‌ای به شعاع R محیط است. ثابت کنید: $AB \times CD = 4R^2$	۸
۲	شعاع دایره محاطی خارجی مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a کدام است؟	۹
۱	در شکل زیر ثابت کنید دوران طولیا است.	۱۰
		
۰/۵	دوران یافته شکل زیر را حول O و تحت زاویه 180° درجه رسم کنید.	۱۱
		
۱	نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط d است. اگر فاصله A تا A' برابر 8 و نقطه M روی خط d را طوری انتخاب کنیم که $AM = 5$ باشد، مطلوب است اندازه ارتفاع وارد بر ساق مثلث $\triangle AMA'$.	۱۲
۱/۵	مطابق شکل دو خط d و d' در نقطه O متقاطع اند. بازتاب نقطه A را نسبت به خط d ، نقطه A' و همچنین بازتاب نقطه A' را نسبت به خط d' نقطه A'' می‌نامیم. ثابت کنید نقطه A را با یک دوران می‌توان روی A'' تصویر نمود که زاویه این دوران دو برابر زاویه بین دو خط است.	۱۳
		
۱	در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد، ثابت کنید اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد، AB و $A'B'$ هم‌اندازه‌اند.	۱۴
۰/۵	دو خط d و d' متقاطع اند. با چند تبدیل زیر می‌توان خط d را بر خط d' تصویر نمود؟	۱۵
	الف) انتقال (۱) ب) دوران (۲) ج) بازتاب محوری (۳)	
۰/۵	کدام یک از تبدیل‌های زیر، جهت شکل را حفظ نمی‌کند؟	۱۶
	الف) بازتاب ب) انتقال ج) دوران	
۲۰	جمع بارم	



مرکز تدریس آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۲

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

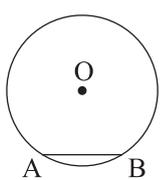
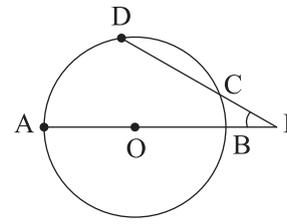
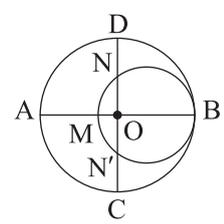
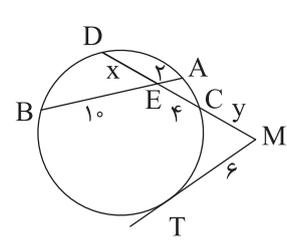
کلاس:

مدرسه:

صفحه ۱ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۲)

بارم	سؤال	ردیف
۳	<p>جاهای خالی را با کلمات و اعداد مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) زاویه‌ای که رأس آن روی دایره قرار دارد و یکی از اضلاع آن مماس بر دایره و ضلع دیگر آن شامل وترى از دایره باشد، نام دارد.</p> <p>(ب) اگر تفاضل شعاع‌های دو دایره برابر طول خط‌المركزین آن دو دایره باشد، آنگاه آن دو دایره نسبت به هم هستند.</p> <p>(ج) عمود منصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی مثلث قطع می‌کنند.</p> <p>(د) طول هر ضلع در n ضلعی منتظمی که محاط در دایره‌ای به شعاع r است، برابر می‌شود با</p> <p>(ه) در صورتی که زاویه دوران 180° باشد، دوران شیب خط را حفظ</p> <p>(و) در هر تبدیل نقطه‌ای که تبدیل یافته آن بر خود آن نقطه منطبق می‌شود را تبدیل می‌نامند.</p>	۱
۱	<p>در دایره $C(O, R)$، $\widehat{AB} = 60^\circ$ و $AB = 10$ فاصله نقطه O از وتر AB را به دست آورید.</p> 	۲
۱	<p>در شکل زیر O مرکز دایره، $\widehat{DC} = 30^\circ$ و $\widehat{E} = 30^\circ$، اندازه کمان \widehat{AD} چقدر است؟</p> 	۳
۱/۵	<p>در شکل زیر، دو دایره بر هم مماس و دو قطر AB و CD از دایره بزرگ تر بر هم عمودند. اگر $AM = 16$ و $ND = 10$، شعاع‌های دو دایره را پیدا کنید.</p> 	۴
۱/۵	<p>در شکل زیر از نقطه M به دایره مماس و قاطعی رسم شده است و همچنین دو وتر AB و CD درون دایره یکدیگر را قطع کرده‌اند. مقادیر x و y را به دست آورید.</p> 	۵



مرکز پژوهش‌های آموزشی مدارس برتر

باسمه تعالی

پیش‌آزمون تشریحی هماهنگ دی‌ماه

(دوره دوم متوسطه)

نام و نام خانوادگی:

تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۲

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:

مدرسه:

صفحه ۲ از ۲

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام درس: هندسه (سری ۲)

بارم	سؤال	ردیف
۱	اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ را بر حسب R و R' و $OO' = d$ به دست آورید.	۶
۱/۵	مثلثی با اضلاع ۵، ۱۲ و ۱۳ داریم، شعاع دایره محاطی داخلی و شعاع بزرگ‌ترین دایره محاطی خارجی را به دست آورید.	۷
۱/۵	مساحت مثلث متساوی‌الاضلاعی را به دست آورید که در دایره‌ای به شعاع R محاط شده باشد.	۸
۲	در یک دوزنقه متساوی‌الساقین، دایره‌ای به شعاع $۳\sqrt{۲}$ واحد محاط شده است. اگر قاعده بزرگ دو برابر قاعده کوچک باشد، مساحت دوزنقه را بیابید.	۹
۰/۵	دو دایره با شعاع‌های برابر با R مماس خارجند. طول بردار انتقالی که دو دایره را بر هم منطبق می‌کند، کدام است؟	۱۰
۱/۵	ثابت کنید بازتاب محوری یک تبدیل طولپا است. (مسئله را در دو حالت زیر بررسی کنید)	۱۱
۰/۷۵	مطابق شکل در چهارضلعی $ABCD$ ، $AB \parallel CD$ و $AB = CD$. به کمک خواص انتقال ثابت کنید $AD = BC$ ، $AD \parallel BC$.	۱۲
۱/۲۵	ثابت کنید بازتاب در حالت کلی شیب خط را حفظ نمی‌کند.	۱۳
۲	نقطه A به فاصله $۶\sqrt{۳}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d ، نقطه A' می‌نامیم. نقطه A'' را حول نقطه A' به اندازه ۱۲۰° درجه دوران می‌دهیم تا نقطه A'' حاصل شود. طول پاره خط AA'' را محاسبه کنید.	۱۴
۲۰	جمع بارم	



مرکز تحقیق آموزش مدارس برتر

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۲	<p>جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) در مثلث با اضلاع a, b, c و مساحت S و محیط P، طول شعاع دایره محاطی خارجی متناظر رأس A از رابطه محاسبه می شود.</p> <p>(ب) در یک چهارضلعی محاطی، دو زاویه مجاور 45° و 120° هستند، تفاضل دو زاویه دیگر می باشد.</p> <p>(ج) طول مماس مشترک داخلی دو دایره به شعاعهای ۱ و ۲ و طول خطالمركزین ۴، برابر با است.</p> <p>(د) لوزی یک چهارضلعی است. (محاطی - محیطی)</p>	۱
۱/۵	<p>قضیه: ثابت کنید در هر دایره، قطر عمود بر هر وتر، آن وتر و کمان نظیر آن وتر را نصف می کند.</p>	۲
۱/۵	<p>در شکل زیر اضلاع زاویه های B و C بر دایره مماس اند و $\hat{B} = 90^\circ$ و $\hat{C} = 60^\circ$. اندازه زاویه A چند درجه است؟</p>	۳
۲	<p>در شکل زیر دو دایره بر هم مماس و دو قطر AB و CD از دایره بزرگ تر بر هم عمودند. اگر $AM = 10$ و $ND = 6$، شعاع های دو دایره را پیدا کنید.</p>	۴
۱/۵	<p>در شکل زیر، مساحت ناحیه سایه زده را محاسبه کنید.</p>	۵
۲	<p>ثابت کنید یک دوزنقه محاطی است، اگر و فقط اگر متساوی الساقین باشد.</p>	۶



مرکز تحقیق آموزش مدارس برتر

صفحه ۲ از ۲

باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه

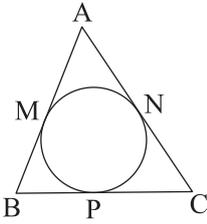
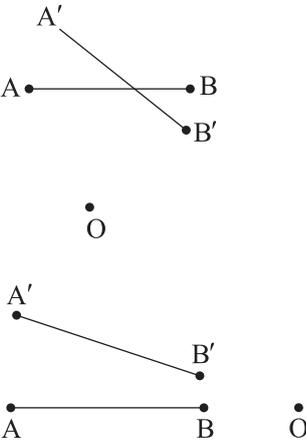
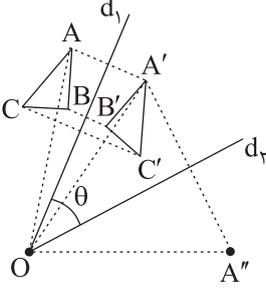
کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۱/۵	 <p>در شکل زیر محیط مثلث را بیابید. ($AM = ۱/۵$, $BC = ۵$)</p>	۷
۲	<p>اگر شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث و شعاع دایره محاطی داخلی باشد، نشان دهید:</p> $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$ <p>به همین ترتیب اگر h_a, h_b و h_c اندازه‌های سه ارتفاع باشند، نشان دهید:</p> $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$	۸
۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) در تبدیل دوران جهت شکل حفظ (ب) در هر تبدیل، نقطه‌ای را که تبدیل یافته آن بر خود آن نقطه منطبق شود، می‌نامند. (ج) محور تقارن بازتابی که نقطه A را به A' تصویر کند، پاره خط AA' است. (د) تبدیلی که طول پاره خط را حفظ می‌کند نامیده می‌شود.</p>	۹
۲	 <p>در دو حالت زیر نشان دهید دوران طولیا است.</p> <p>(الف) اگر نقطه O روی پاره خط AB واقع نباشد و زاویه دوران از زاویه AOB کمتر باشد.</p> <p>(ب) اگر نقطه O روی امتداد پاره خط AB باشد.</p>	۱۰
۱/۵	 <p>در شکل زیر، دو خط $d_۱$ و $d_۲$ با زاویه θ یکدیگر را قطع کرده‌اند. مثلث $A'B'C'$ بازتاب مثلث ABC نسبت به خط $d_۱$ است. اگر بازتاب مثلث $A'B'C'$ را نسبت به خط $d_۲$ بنامیم:</p> <p>(الف) نشان دهید: $\widehat{AOA''} = ۲\theta$</p> <p>(ب) اندازه $\widehat{COC''}$ و $\widehat{BOB''}$ چقدر است؟</p> <p>(ج) با چه تبدیلی می‌توان مثلث $A''B''C''$ را تصویر ABC دانست؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟</p>	۱۱
۱/۵	<p>نقطه A' تصویر نقطه A در بازتاب نسبت به خط l است. اگر $AA' = ۱۶$ و نقطه O روی خط l و $OA = ۱۰$ باشد، فاصله نقطه A از خط OA' چقدر است؟</p>	۱۲
۲۰	جمع بارم	



مرکز تحقیق و آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

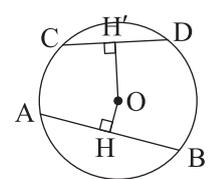
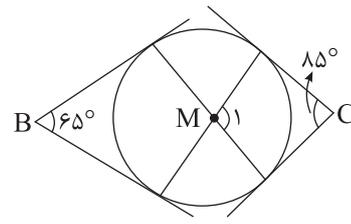
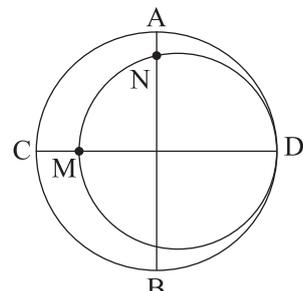
کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه (سری ۲)

بارم	سؤال	ردیف
۲	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) در دایره $(O, 8)$، اگر اندازه زاویه مرکزی 45° درجه باشد، مساحت قطاع ایجاد شده برابر است.</p> <p>ب) در دو دایره مماس خارج، تعداد مماس‌های مشترک برابر می‌باشد.</p> <p>ج) در یک چهارضلعی محاطی، دو زاویه مجاور 65° و 110° درجه می‌باشند. تفاضل دو زاویه دیگر برابر است.</p> <p>د) در هر تبدیل نقطه‌ای را که تبدیل یافته آن، بر خود نقطه منطبق شود، می‌نامند.</p>	۱
۱	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر یک ضلع زاویه ظلی، قطر دایره باشد، اندازه زاویه برابر 180° درجه است.</p> <p>ب) هر مستطیل یک چهارضلعی محیطی است.</p> <p>ج) ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع، یک دوران است.</p> <p>د) انتقال شیب خط را حفظ می‌کند ولی جهت شکل را حفظ نمی‌کند.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	۲
۱/۵	<p>در دایره (O, R) نشان دهید $AB > CD$ اگر و تنها اگر $OH < OH'$.</p> 	۳
۱/۲۵	<p>در حالتی که یک ضلع زاویه محاطی از مرکز دایره بگذرد، ثابت کنید اندازه زاویه محاطی برابر نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه است.</p>	۴
۱/۵	<p>در شکل زیر، اضلاع زاویه‌های B و C بر دایره مماس هستند. اندازه زاویه \hat{M} چند درجه است؟</p> 	۵
۱/۲۵	<p>نحوه رسم خط مماس بر دایره (O, R) از نقطه A خارج دایره را توضیح دهید. (با رسم شکل)</p>	۶
۱/۲۵	<p>در شکل زیر، دو دایره بر هم مماس و دو قطر AB و CD از دایره بزرگ‌تر بر هم عمودند. اگر $CM = 9$ و $AN = 5$ باشد، شعاع‌های دو دایره را تعیین کنید.</p> 	۷



مرکز تخصصی آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۳

صفحه ۲ از ۲

باسمه تعالی

پیش آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه (سری ۲)

بارم	سؤال	ردیف
۱	طول مماس مشترک خارجی دو دایره متخارج $C(O, 7)$ و $C'(O', 4)$ برابر $4\sqrt{10}$ می باشد. طول مماس مشترک داخلی دو دایره را به دست آورید.	۸
۱/۲۵	در یک مثلث قائم الزاویه با اضلاع قائم ۶ و ۸، طول شعاع دایره محیطی و بزرگ ترین دایره محاطی خارجی مثلث را به دست آورید.	۹
۱/۲۵	در مثلث ABC به طول ضلع های $AB = 6$ و $AC = 9$ و $BC = 11$ مطابق شکل، دایره های محاطی داخلی و خارجی رسم شده است. طول پاره خط های BT و BM را تعیین کنید.	۱۰
۱/۷۵	یک دوزنقه هم محیطی است و هم محاطی. ثابت کنید مساحت این دوزنقه برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آنها.	۱۱
۱/۵	در حالتی که فقط یکی از نقاط انتهایی پاره خط AB روی محور بازتاب باشد، ثابت کنید بازتاب طولپا است.	۱۲
۱/۵	اگر پاره خط AB با بردار \vec{v} موازی و اندازه پاره خط AB از اندازه بردار \vec{v} کوچک تر باشد، ثابت کنید انتقال طولپاست.	۱۳
۲	نقطه A به فاصله $2\sqrt{3}$ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d نقطه A' می نامیم. نقطه A را حول نقطه A' به اندازه 120° درجه دوران می دهیم تا نقطه A'' حاصل شود. طول پاره خط AA'' را محاسبه کنید.	۱۴
۲۰	جمع بarm	



مرکز تخصصی آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۰

صفحه ۱ از ۲

باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

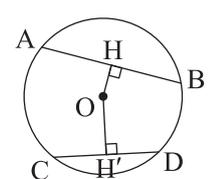
کلاس:

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) زاویه محاطی: ب) تبدیل طولیا:	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. الف) در هر تبدیل، نقطه‌ای را که تبدیل یافته آن بر خود آن نقطه منطبق می‌شود می‌نامند. ب) در حالتی که دو دایره باشند، دارای چهار مماس مشترک می‌باشند. ج) مساحت قطاع متناظر به زاویه 108° درجه در دایره‌ای به شعاع ۶ برابر است با د) قاعده‌های یک دوزنقه محاطی و محیطی ۱۲ و ۴۸ است، مساحت این دوزنقه است.	۲
۱/۲۵	درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید. الف) طول کمان مقابل به زاویه مرکزی 135° درجه در دایره‌ای به شعاع ۱۲ برابر با 18π است. ب) یک چندضلعی محیطی است اگر و تنها اگر همه نیمسازهای زاویه‌های داخلی آن در یک نقطه هم‌رس باشند. ج) دوران در حالت کلی شیب خط را حفظ نمی‌کند. د) انتقال در حالت کلی جهت شکل را حفظ نمی‌کند. ه) ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع، یک دوران است.	۳
۱/۵	در دایره (O, R) نشان دهید $CD > AB$ اگر و تنها اگر $OH < OH'$. OH و OH' فاصله O از دو وتر AB و CD هستند. 	۴
۲	در شکل‌های زیر مقادیر x و y را به دست آورید. 	۵
۲	طول شعاع‌های دو دایره متخارج را به دست آورید که طول مماس مشترک خارجی آنها مساوی $6\sqrt{6}$ و طول مماس مشترک داخلی آنها $2\sqrt{26}$ و طول خط‌المركزین آنها ۱۵ واحد است.	۶
۱/۵	ثابت کنید اگر یک چهارضلعی محیطی باشد، آنگاه مجموع اضلاع مقابل آن با هم برابر است.	۷



مرکز تخصصی آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۱۰

صفحه ۲ از ۲

باسمه تعالی

آزمون تشریحی هماهنگ دی ماه

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:

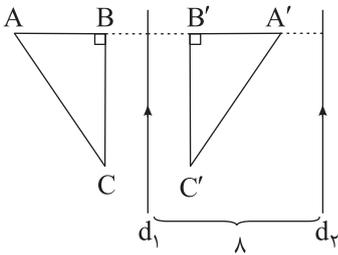
پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: هندسه

بارم	سؤال	ردیف
۲	طول اضلاع یک مثلث قائم الزاویه، ۷، ۲۴ و ۲۵ است. شعاع دایره محیطی و محاطی داخلی و شعاع هر سه دایره محاطی خارجی را در این مثلث به دست آورید.	۸
۱/۵	اگر h_a ، h_b و h_c اندازه ارتفاع‌های یک مثلث و r شعاع دایره محاطی داخلی این مثلث باشد، نشان دهید: $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$	۹
۰/۵	در حالتی که پاره خط AB در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد، ثابت کنید که اگر $A'B'$ بازتاب AB باشد، آنگاه AB و $A'B'$ هم‌اندازه‌اند.	۱۰
۱	نقطه A' تصویر نقطه A تحت بازتاب نسبت به خط d است. اگر $AA' = ۱۲$ و نقطه O روی خط d و $OA = ۱۰$ باشد، فاصله نقطه A از خط OA' چقدر است؟	۱۱
۱	نقطه A به فاصله ۶ از خط d قرار دارد. تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d ، نقطه A' می‌نامیم. نقطه A را حول A' به اندازه ۱۲۰° دوران می‌دهیم تا نقطه A'' حاصل شود. طول پاره خط AA'' را محاسبه کنید.	۱۲
۱/۲۵	در شکل زیر، d_1 و d_2 موازی یکدیگر و به فاصله ۸ از هم قرار دارند و مثلث $A'B'C'$ بازتاب ABC نسبت به خط d_1 می‌باشد. بازتاب مثلث $A'B'C'$ را نسبت به خط d_2 رسم کرده و آن را $A''B''C''$ بنامید. الف) طول AA'' را با نوشتن راه‌حل به دست آورید. ب) با چه تبدیلی می‌توان مثلث ABC را به $A''B''C''$ تصویر کرد؟ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟	۱۳
۱/۵	مربع $ABCD$ به ضلع ۱۰cm را با بردار $\vec{V} = 2\vec{AC}$ انتقال داده و تصویر آن را $A'B'C'D'$ می‌نامیم. الف) شکل مربع و تصویرش را رسم کنید. ب) مساحت چهارضلعی $A'B'C'D'$ را به دست آورید. ج) طول پاره خط BB' را محاسبه کنید.	۱۴
۲۰	جمع بارم	





دفترچه پاسخنامه

هندسه پایه یازدهم

آرشیو آزمون‌های تشریحی نیمسال اول



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۵ نمره)

الف) درست ب) درست ج) نادرست د) درست

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۲، ۱۳، ۳۶ و ۴۳)

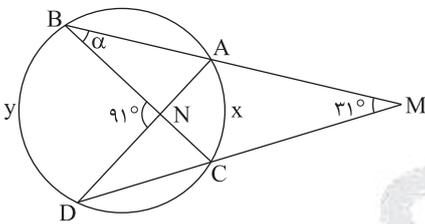
پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۵ نمره)

الف) $\sqrt{3}$ ب) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ج) محیطی

د) بازتاب ه) انتقال - دوران

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۲، ۲۳، ۳۶، ۳۸، ۴۱ و ۴۳)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)



$$\hat{M} = \frac{y-x}{2} \Rightarrow 2 \times 31^\circ = y-x \quad (\text{نمره } 0/25)$$

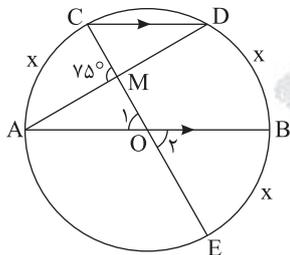
$$\hat{N} = \frac{y+x}{2} \Rightarrow 2 \times 91^\circ = y+x \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y-x=62^\circ \\ y+x=182^\circ \end{cases} \Rightarrow 2y=244^\circ \Rightarrow y=122^\circ \Rightarrow x=60^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{x}{2} = 30^\circ \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه یازدهم، تمرین ۲، صفحه ۱۶)

پاسخ سؤال ۴: (۵/۱ نمره)

نیم‌دایره پایینی را رسم کرده و شعاع OC را امتداد می‌دهیم تا قطر CE حاصل شود.



$$CD \parallel AB \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD} = x \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow \widehat{BE} = \widehat{AC} = x \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\widehat{AMC} = \frac{\widehat{AC} + \widehat{DBE}}{2} \Rightarrow 75^\circ = \frac{x+2x}{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

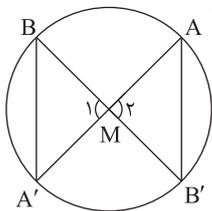
$$\Rightarrow 3x = 150^\circ \Rightarrow x = 50^\circ \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\widehat{CD} = 180^\circ - 2x = 80^\circ \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(هندسه یازدهم، تمرین ۴، صفحه ۱۷)

پاسخ سؤال ۵: (۵/۱ نمره)

برهان: از A به B' و از B به A' وصل می‌کنیم.



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 \quad (\text{نمره } 0/25) \\ \widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{A'B'} \quad (\text{نمره } 0/25) \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی زاویه ۲}} \triangle AB'M \sim \triangle BMA' \quad (\text{نمره } 0/25)$$

پس داریم:

$$\frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} \Rightarrow MA \cdot MA' = MB \cdot MB' \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه یازدهم، فعالیت صفحه ۱۸)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

طبق رابطه طولی در دایره داریم:

$$MA \times MB = MC \times MD$$

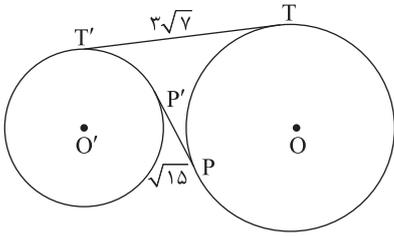
$$x(x+3) = 4(4+6) \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0 \Rightarrow (x+8)(x-5) = 0 \Rightarrow x = 5 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۸)



پاسخ سؤال ۷: (۲ نمره)



$$\begin{cases} TT'^2 = d^2 - (R - R')^2 \Rightarrow \begin{cases} 63 = 64 - (R - R')^2 \\ 15 = 64 - (R + R')^2 \end{cases} \text{ (نمره } \frac{1}{5}) \\ PP'^2 = d^2 - (R + R')^2 \end{cases}$$

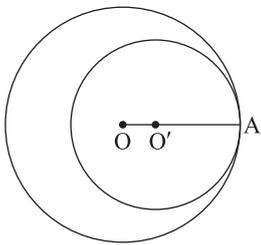
$$\xrightarrow{(R > R')} \begin{cases} R - R' = 1 \\ R + R' = 7 \end{cases} \Rightarrow 2R = 8 \Rightarrow R = 4 \Rightarrow R' = 3 \text{ (نمره } \frac{1}{5})$$

(نمره $\frac{1}{5}$)

(هندسه یازدهم، تمرین ۵، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

با توجه به شکل $OA = R$ و $O'A = R'$ ، در نتیجه:



$$\pi R^2 - \pi R'^2 = 16\pi$$

$$\Rightarrow R^2 - R'^2 = 16 \Rightarrow (R - R')(R + R') = 16 \text{ (نمره } \frac{1}{5})$$

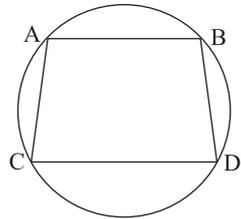
$$\xrightarrow{OO' = R - R' = 2} 2(R + R') = 16 \Rightarrow R + R' = 8 \text{ (نمره } \frac{1}{5})$$

$$\begin{cases} R + R' = 8 \\ R - R' = 2 \end{cases} \Rightarrow 2R = 10 \Rightarrow R = 5, R' = 3 \text{ (نمره } \frac{1}{5})$$

(هندسه یازدهم، تمرین ۷، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

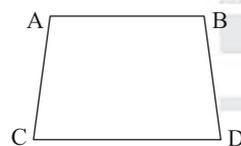
اگر دوزنقه $ABDC$ محاطی باشد، داریم:



$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \text{ (نمره } \frac{1}{25}) \\ AB \parallel CD \Rightarrow \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \text{ (نمره } \frac{1}{25}) \end{cases} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

پس دوزنقه متساوی الساقین است.

برعکس: فرض می‌کنیم دوزنقه $ABDC$ متساوی الساقین باشد، آنگاه:



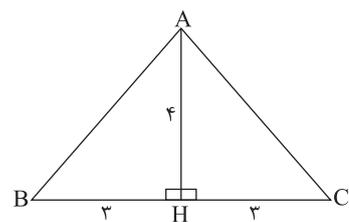
$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{B} \text{ (نمره } \frac{1}{25}) \\ AB \parallel CD \Rightarrow \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \text{ (نمره } \frac{1}{25}) \end{cases} \Rightarrow \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

پس دوزنقه محاطی است.

(هندسه یازدهم، تمرین ۱، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)

در مثلث متساوی الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده، آن را نصف می‌کند، بنابراین داریم:



$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow AB = AC = 5 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

$$S = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{4 \times 6}{2} = 12 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

$$P = \frac{a + b + c}{2} = 8 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{12}{8} = 1.5 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

$$r_a = \frac{S}{P - a} = \frac{12}{8 - 6} = 6 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

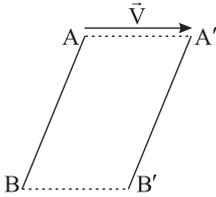
$$r_b = r_c = \frac{S}{P - b} = \frac{12}{8 - 5} = 4 \text{ (نمره } \frac{1}{25})$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۶)



پاسخ سؤال ۱۱: (هر مورد ۱ نمره)

الف) حالت اول: $AB \parallel \vec{V}$



$$AA' = BB' = |\vec{V}| \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$AA' \parallel BB' \parallel \vec{V} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

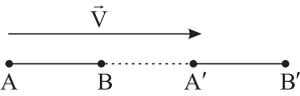
پس در چهارضلعی $ABB'A'$ دو ضلع مقابل، هم موازی و هم مساوی هستند در نتیجه چهارضلعی، متوازی الاضلاع است، بنابراین:

$$AB = A'B' \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$AB = A'B' \quad (\text{نمره } 0/25)$$

ب) حالت دوم: $AB \parallel \vec{V}$

$$AB < |\vec{V}|$$

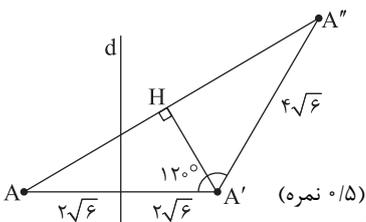


$$\begin{cases} AB = AA' - BA' \quad (\text{نمره } 0/25) \\ A'B' = BB' - BA' \quad (\text{نمره } 0/25) \Rightarrow AB = A'B' \quad (\text{نمره } 0/25) \\ AA' = BB' = |\vec{V}| \quad (\text{نمره } 0/25) \end{cases}$$

(هندسه یازدهم، فعالیت صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

ابتدا شکل مسئله را رسم می کنیم، سپس از A' بر AA'' عمود می کنیم:



$$AA'H = 60^\circ \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AA' = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{6} = 2\sqrt{18} = 6\sqrt{2} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$AA'' = 2AH = 12\sqrt{2} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(هندسه یازدهم، تمرین ۶، صفحه ۴۵)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) تبدیل‌هایی که طول پاره‌خط را حفظ می‌کنند، طولپا (ایزومتري) نامیده می‌شوند.
ب) در هر تبدیل، نقطه‌ای را که تبدیل یافته آن، بر خود آن نقطه منطبق می‌شود، نقطه ثابت تبدیل می‌نامند.

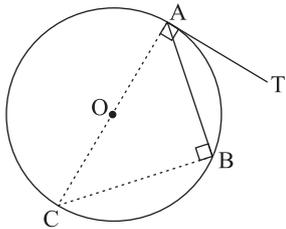
(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۳۶ و ۳۸)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) گزینه ۳

ب) گزینه ۲

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۵)



$$\widehat{TAB} = \frac{\widehat{AB}}{2} \text{ حکم}$$

$$\widehat{TAB} = \widehat{TAC} - \widehat{BAC} = 90^\circ - \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{180^\circ - \widehat{BC}}{2} = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

(هندسه یازدهم، فعالیت صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

پاسخ سؤال ۴: (هر مورد ۱ نمره)

الف)

$$\frac{y-x}{2} = 30^\circ \Rightarrow y-x = 60^\circ$$

$$\frac{x+y}{2} = 70^\circ \Rightarrow \frac{y+x}{2} = 140^\circ \Rightarrow y+x = 280^\circ$$

$$y+x = 140^\circ$$

$$100^\circ + x = 140^\circ$$

$$x = 40^\circ$$

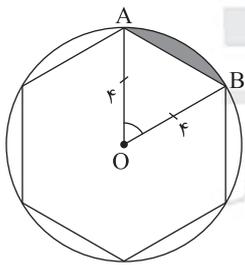
$$\begin{cases} x+y = 360^\circ \\ x-y = 73^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 360^\circ \\ x-y = 146^\circ \end{cases}$$

$$2x = 506^\circ \Rightarrow x = \frac{506^\circ}{2} = 253^\circ \Rightarrow y = 107^\circ$$

(هندسه یازدهم، تمرین ۱ و ۲، صفحه ۱۶)

ب)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)



$$6x = 360^\circ \Rightarrow x = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ \Rightarrow x = 60^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

$$OA = OB = R \Rightarrow \triangle OAB \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{O} = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{A} + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{A} = 120^\circ \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = 60^\circ$$

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{O} = 60^\circ \Rightarrow \triangle AOB \text{ متساوی الاضلاع} \Rightarrow AO = BO = AB = r$$

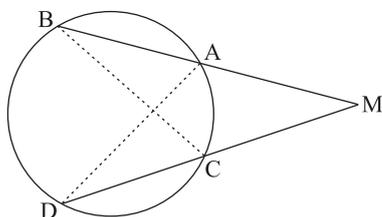
$$S_{\triangle AOB} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \Rightarrow S_{\triangle AOB} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times r^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} r^2$$

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{\pi R^2 \theta}{360^\circ} \Rightarrow S_{\text{قطاع}} = \frac{\pi \times r^2 \times 60^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi r^2}{6}$$

$$S_{\text{رنگی}} = S_{\text{قطاع}} - S_{\triangle AOB} \Rightarrow S_{\text{رنگی}} = \frac{\pi r^2}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} r^2$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۲)

پاسخ سؤال ۶: (۵/۱ نمره)



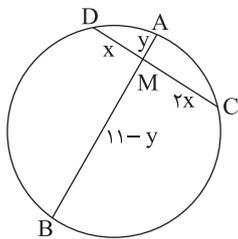
$$\left. \begin{aligned} \hat{M} &= \hat{M} \\ \hat{B} &= \hat{D} = \frac{\widehat{AC}}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{نزد}} \triangle BMC \sim \triangle MDA$$

$$\text{نسبت اضلاع} \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MB} \Rightarrow MA \times MB = MD \times MC$$

(هندسه یازدهم، فعالیت صفحه ۱۸)



پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)



$$\begin{aligned} MD = x, MC = 2x \\ x + 2x = 9 \Rightarrow x = 3 \\ MA \times MB = MC \times MD \\ y(11-y) = 6 \times 3 \Rightarrow y^2 - 11y + 18 = 0 \\ (y-9)(y-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 9 \\ y = 2 \end{cases} \\ \left. \begin{matrix} MA = 2 \\ MB = 9 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{2}{9} \end{aligned}$$

(هندسه یازدهم، تمرین ۱، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$\begin{aligned} R = 2 \\ R' = 3 \quad TT' = \sqrt{d^2 - (R+R')^2} \\ d = 13 \\ \Delta x - 8 = \sqrt{13^2 - (2+3)^2} \\ \Delta x - 8 = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \Rightarrow x = 4 \end{aligned}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۲)

پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

دو دایره مماس خارج $C(O, R)$ و $C'(O', r)$ را در نظر می‌گیریم. اندازه مماس مشترک خارجی آنها از رابطه $TT' = 2\sqrt{Rr}$ به دست می‌آید.

$$TT' = \sqrt{2R} \Rightarrow 2\sqrt{Rr} = \sqrt{2R} \xrightarrow{\text{توان } ^2} 4Rr = 2R^2 \Rightarrow R = 2r$$

یعنی شعاع دایره بزرگ‌تر، دو برابر شعاع دایره کوچک‌تر است.

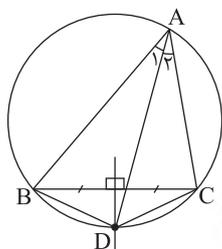
(هندسه یازدهم، صفحه ۳۲)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

نقطه برخورد نیمساز زاویه \hat{A} با دایره محیطی مثلث را D می‌نامیم.

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{CD} \Rightarrow BD = CD$$

پس نقطه D روی عمودمنصف BC هم می‌باشد.



(هندسه یازدهم، تمرین ۳، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

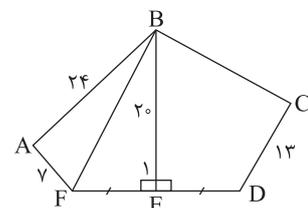
$$\begin{aligned} r_a = \frac{S}{p-a} \quad r_b = \frac{S}{p-b} \quad r_c = \frac{S}{p-c} \\ \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{p-a+p-b+p-c}{S} = \frac{2p - (a+b+c)}{S} = \frac{p}{S} = \frac{1}{r} \end{aligned}$$

(هندسه یازدهم، تمرین ۵، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۲: (۲ نمره)

$EF = ED$ و $\hat{E}_1 = 90^\circ \Rightarrow BE$ عمودمنصف FD است.

چهارضلعی $ABEF$ محاطی است؛ بنابراین:



$$\begin{aligned} \hat{A} + \hat{E}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ \\ \Rightarrow BF^2 = 7^2 + 24^2 = 625 \Rightarrow BF = 25 \\ \Delta BEF: BF^2 = BE^2 + EF^2 \Rightarrow 25^2 = 20^2 + EF^2 \\ \Rightarrow EF = 15 \\ \Rightarrow ED = EF = 15 \end{aligned}$$

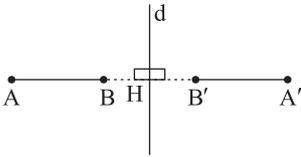
چهارضلعی $BCDE$ محیطی است:

$$BC + ED = BE + CD \Rightarrow BC + 15 = 20 + 13 \Rightarrow BC = 18$$

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)



پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)



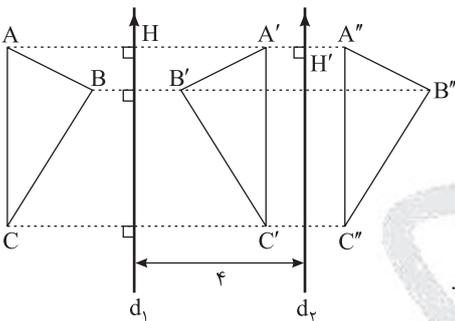
طبق تعریف بازتاب، از نقاط A و B بر خط d (محور بازتاب) عمود کرده و به اندازه خودش امتداد می دهیم تا نقاط A' و B' به دست آید.

این دو رابطه را از هم کم می کنیم.

$$\begin{aligned} A' \Rightarrow AH = A'H \\ B' \Rightarrow BH = B'H \\ \underline{AH - BH = A'H - B'H} \\ \Rightarrow AB = A'B' \end{aligned}$$

(هندسه یازدهم، صفحه های ۳۷ و ۳۸)

پاسخ سؤال ۱۴: (۲ نمره)



الف) در شکل مقابل رسم شده است.

ب)

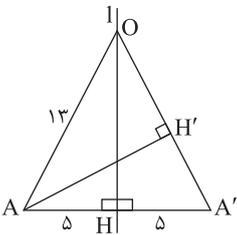
$$\begin{cases} AH = A'H \\ A'H' = A''H' \end{cases}$$

$$\begin{aligned} AA'' &= AH + HA' + A'H' + H'A'' \\ &= HA' + HA' + A'H' + A'H' = 2(HA' + A'H') = 2HH' = 2(4) = 8 \end{aligned}$$

ج) ترکیب دو بازتاب محوری با محورهای موازی به فاصله L از هم یک انتقال با بردار انتقالی به طول ۲L خواهد بود.

(هندسه یازدهم، تمرین ۴، صفحه ۴۴)

پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۵ نمره)



ویژگی بازتاب: $AH = A'H = 5$ و $OA' = OA = 13$

$$\Delta AHO: OH^2 + AH^2 = OA^2 \Rightarrow OH^2 + 5^2 = 13^2 \Rightarrow OH = 12$$

$$S_{\Delta AOA'} = \frac{OH \times AA'}{2} = \frac{AH' \times OA'}{2}$$

$$\Rightarrow OH \times AA' = AH' \times OA' \Rightarrow 12 \times 10 = AH' \times 13 \Rightarrow AH' = \frac{120}{13}$$

(هندسه یازدهم، مشابه تمرین ۷، صفحه ۴۵)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

(د) طولیای (ایزومتري)

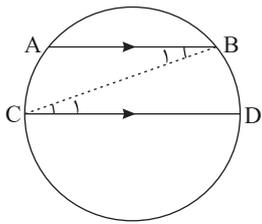
(ج) نقطه ثابت تبدیل

(ب) عمودمنصف

(الف) می شود

(هندسه یازدهم، صفحه های ۳۶، ۳۷، ۳۸ و ۳۹)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)



فرض: $AB \parallel CD$

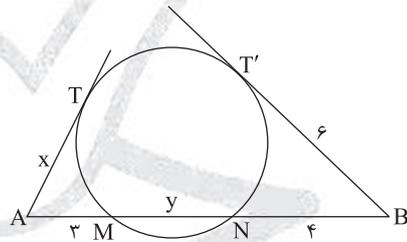
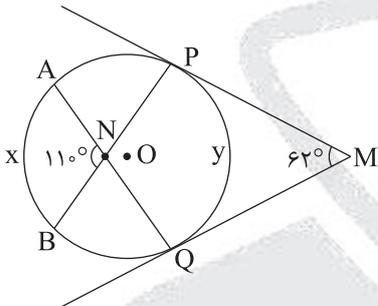
حکم: $\widehat{AC} = \widehat{BD}$

$$\begin{cases} AB \parallel CD \\ BC \text{ مورب} \end{cases} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1$$

$$\begin{cases} B_1 = \frac{\widehat{AC}}{2} \\ C_1 = \frac{\widehat{BD}}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{\widehat{BD}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$$

(هندسه یازدهم، کار در کلاس صفحه ۱۵)

پاسخ سؤال ۳: (هر مورد ۱ نمره)



الف) $\hat{M} = \frac{\widehat{PAQ} - \widehat{PQ}}{2} = \frac{360^\circ - y - y}{2} \Rightarrow \hat{M} = 180^\circ - y$

$\Rightarrow y = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$

$\hat{N} = 110^\circ = \frac{x+y}{2} \Rightarrow x+y = 220^\circ$

$\xrightarrow{y=118^\circ} x = 102^\circ$

(هندسه یازدهم، صفحه های ۱۶ و ۱۹)

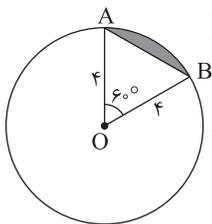
ب) $BT'^2 = BN \times BM$

$\Rightarrow 6^2 = 4 \times (4+y) \Rightarrow y = 5$

$AT'^2 = AM \times AN$

$\Rightarrow x^2 = 3 \times 8 = 24 \Rightarrow x = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)



مثلث OAB متساوی الساقین است و $\hat{O} = 60^\circ$ پس این مثلث متساوی الاضلاع است.

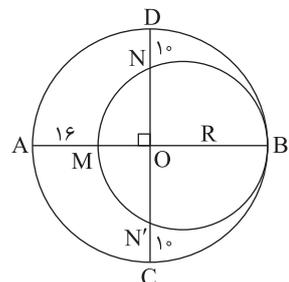
مساحت مثلث OAB - مساحت قطاع 60° درجه = مساحت قسمت رنگی

$S_{\text{رنگی}} = \frac{\pi r^2}{360^\circ} \alpha - \frac{\sqrt{3}}{4} \times r^2 \Rightarrow S_{\text{رنگی}} = \frac{16\pi}{360^\circ} \times 60^\circ - 4\sqrt{3} = \frac{4}{3}\pi - 4\sqrt{3}$

(هندسه یازدهم، تمرین ۸، صفحه ۳۳)

پاسخ سؤال ۵: (۲ نمره)

قطر MB بر وتر NN' عمود است، پس:



$ON = ON' \Rightarrow ND = N'C = 10$

$OB \cdot OM = ON \cdot ON' \Rightarrow R(R-16) = (R-10)(R-10)$

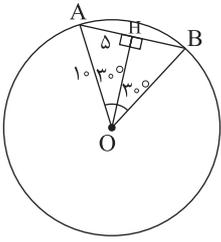
$R^2 - 16R = R^2 - 20R + 100 \Rightarrow 4R = 100 \Rightarrow R = 25$

$R' = \frac{MB}{2} \Rightarrow R' = \frac{2R-16}{2} \Rightarrow R' = \frac{50-16}{2} = 17$

(هندسه یازدهم، تمرین ۳، صفحه ۳۳)



پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

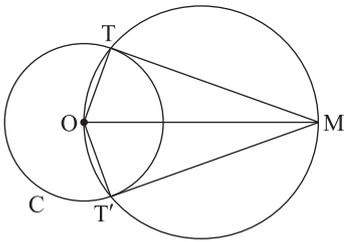


می دانیم که مثلث OAB متساوی الاضلاع است و برای پیدا کردن فاصله وتر از مرکز باید نقطه O را بر وتر عمود کنیم سپس طول پاره خط OH را به دست آوریم. قطر عمود بر وتر، وتر را نصف می کند بنابراین $AH = 5$. در مثلث قائم الزاویه OAH داریم:

$$OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} \Rightarrow OH = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

(هندسه یازدهم، تمرین ۷، صفحه ۱۷)

پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)



دایره (O, R) و نقطه M خارج از آن را در نظر می گیریم. از M به مرکز دایره وصل کرده و دایره ای به قطر OM رسم می کنیم تا دایره C را در دو نقطه T و T' قطع کند. زوایای OTM و $OT'M$ ، زوایای محاطی مقابل به قطر بوده و قائمه اند؛ بنابراین MT و MT' بر دایره C مماس هستند.

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۹)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

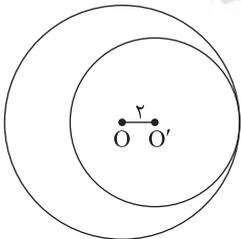
$$\begin{aligned} TT' &= \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \Rightarrow 6\sqrt{2} = \sqrt{81 - (R - R')^2} \\ &\Rightarrow 72 = 81 - (R - R')^2 \\ &\Rightarrow (R - R')^2 = 9 \Rightarrow |R - R'| = 3 \\ &\xrightarrow{\substack{\text{بافتراض} \\ R > R'}} R - R' = 3 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PP' &= \sqrt{d^2 - (R + R')^2} \Rightarrow 4\sqrt{2} = \sqrt{81 - (R + R')^2} \\ &\Rightarrow 32 = 81 - (R + R')^2 \\ (R + R')^2 &= 49 \Rightarrow R + R' = 7 \quad (2) \end{aligned}$$

$$(1), (2) \rightarrow \begin{cases} R - R' = 3 \\ R + R' = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 5 \\ R' = 2 \end{cases}$$

(هندسه یازدهم، مشابه تمرین ۵، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)



$$\left. \begin{aligned} d &= R - R' \\ d &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R - R' = 2$$

$$\pi R^2 - \pi R'^2 = 16\pi \Rightarrow \pi(R^2 - R'^2) = 16\pi$$

$$\frac{(R - R')(R + R')}{2} = 16 \Rightarrow (R + R') = 8$$

$$\begin{cases} R + R' = 8 \\ R - R' = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 5 \\ R' = 3 \end{cases}$$

(هندسه یازدهم، تمرین ۷، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

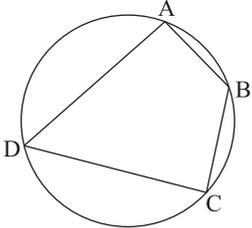
طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$MA \times MA' = MB \times MB' \Rightarrow 8(\lambda + x) = 6(6 + 10) \Rightarrow x = 4$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۸)



پاسخ سؤال ۱۱: (۲ نمره)



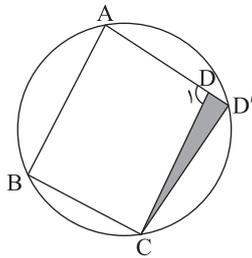
محاطی ABCD: فرض

$$\begin{cases} \hat{A} = \frac{\widehat{BCD}}{2} \\ \hat{C} = \frac{\widehat{BAD}}{2} \end{cases} \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = \frac{\widehat{BCD} + \widehat{BAD}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$$

به روش مشابه $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$

عکس قضیه: برهان خلف: فرض می‌کنیم در چهارضلعی ABCD داشته باشیم $\begin{cases} \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \\ \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \end{cases}$ از سه نقطه A, B و C یک دایره می‌گذرد و از نقطه D نمی‌گذرد. در این صورت AD دایره را در نقطه D' قطع می‌کند.

چهارضلعی ABCD' محاطی است، پس بنابر قسمت قبل:



$$\left. \begin{cases} \hat{B} + \hat{D}' = 180^\circ \\ \text{فرض } \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \end{cases} \right\} \Rightarrow D = D'$$

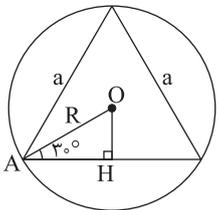
این تساوی درست نیست. زیرا زاویه D₁ برای مثلث CDD' زاویه خارجی است و $\hat{D}_1 > \hat{D}'$ (در حالتی که D بیرون دایره قرار گیرد

نیز استدلال به همین طریق ارائه می‌شود)

پس D' همان نقطه D است.

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۷)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)



$$\text{شعاع دایره محاطی خارجی} = \frac{S}{P-a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{\frac{3}{2} a - a} = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8\sqrt{3} = 12$$

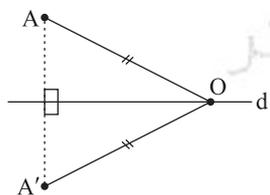
شعاع دایره محیطی:

$$AH = \frac{1}{2} a = 4\sqrt{3}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{AH}{R} \Rightarrow R = \frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 8$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۶)

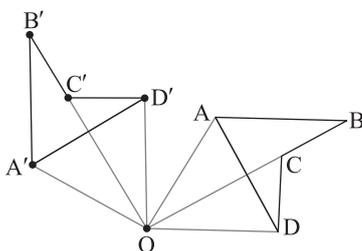
پاسخ سؤال ۱۳: (۱ نمره)



باید اثبات کنیم خط d عمود منصف AA' است. طبق تعریف دوران $OA = OA'$ پس نقطه O روی عمود منصف AA' قرار می‌گیرد.

(هندسه یازدهم، تمرین ۳، صفحه ۴۴)

پاسخ سؤال ۱۴: (۵/۰ نمره)



از هر یک از رئوس چهارضلعی به نقطه O (مرکز دوران) وصل کرده و به کمک پاره‌خط‌های به دست آمده، یک زاویه ۹۰

درجه در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت می‌سازیم و به اندازه پاره‌خط اولیه، روی ضلع دیگر زاویه جدا می‌کنیم تا

چهارضلعی تصویر به دست آید.

(در صورت سوال توضیح خواسته نشده و بنابراین نمره‌ای به توضیحات اختصاص داده نشده است)

(هندسه یازدهم، کار در کلاس صفحه ۱۴۳)



پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۵ نمره)

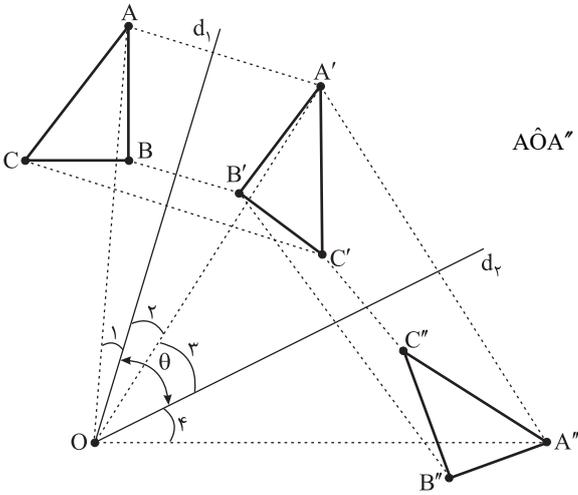
الف) d_1 نیمساز زاویه $A\hat{O}A'$ است، پس: $\hat{O}_1 = \hat{O}_r$

d_r نیمساز زاویه $A'\hat{O}A''$ است، پس: $\hat{O}_r = \hat{O}_f$

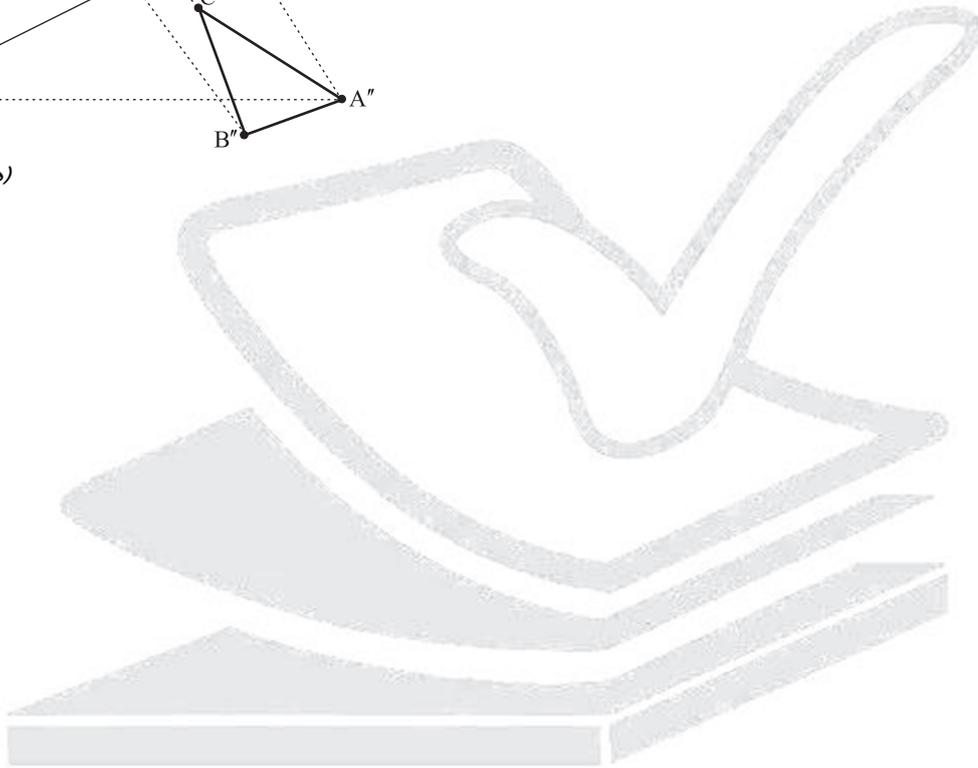
$$A\hat{O}A'' = \hat{O}_1 + \hat{O}_r + \hat{O}_r + \hat{O}_f = 2(\hat{O}_r + \hat{O}_r) = 2\theta$$

ب) 2θ

ج) با یک دوران به مرکز O و به زاویه 2θ



(هندسه یازدهم، صفحه ۴۴)





پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

(ج) طولپا (ایزومتري)

(ب) يك - خط بر دایره مماس است

(الف) مكمل

(هـ) قطر

(د) ظلّی

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۱، ۱۲، ۱۵، ۲۷ و ۳۶)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(ج) درست

(ب) نادرست

(الف) درست

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۲۸)

پاسخ سؤال ۳: (۷۵/۰ نمره)

گزینه (۴): تبدیل‌هایی که طول پاره‌خط را حفظ می‌کنند طولپا (ایزومتري) اند.

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۳۶، ۳۹، ۴۱ و ۴۲)

پاسخ سؤال ۴: (۲ نمره)

$$\text{الف) } AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{AMC} = \frac{360^\circ - 80^\circ}{2} = 140^\circ$$

$$\text{ظلی } x = \frac{\widehat{BC}}{2} = 70^\circ \quad \widehat{CM} = 180^\circ - \widehat{BC} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

$$\widehat{AMC} = y + \widehat{MC} = 140^\circ \Rightarrow y + 40^\circ = 140^\circ \\ \Rightarrow y = 100^\circ$$

$$\text{ب) محاطی } \widehat{B} = \frac{\widehat{DC}}{2} \Rightarrow \widehat{DC} = 100^\circ$$

$$\text{محاطی } \widehat{F} = \frac{\widehat{DE}}{2} \Rightarrow \widehat{DE} = 40^\circ$$

$$y = \frac{\widehat{BF}}{2}, \quad x = \frac{\widehat{CD} + \widehat{DE} - \widehat{BF}}{2} = \frac{140^\circ - \widehat{BF}}{2}$$

$$\Rightarrow x = 70^\circ - \frac{\widehat{BF}}{2} \Rightarrow x = 70^\circ - y \Rightarrow x + y = 70^\circ$$

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

پاسخ سؤال ۵: (۲ نمره)

$$\text{الف) } \begin{cases} AT^2 = AB \times AC \Rightarrow x^2 = 2 \times (y+2) \quad (*) \\ DT^2 = DC \times DB \Rightarrow 26 = 4 \times (y+4) \Rightarrow 9 = y+4 \Rightarrow y = 5 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در } (*)} x^2 = 2 \times (5+2) \Rightarrow x^2 = 14 \Rightarrow x = \sqrt{14}$$

$$\text{ب) } \triangle OHB: BH^2 + OH^2 = BO^2$$

$$\Rightarrow BH^2 + 144 = 225$$

$$\Rightarrow BH^2 = 81 \Rightarrow BH = 9$$

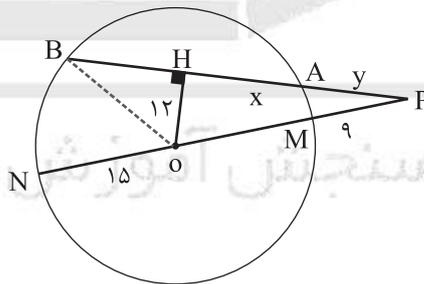
$$\Rightarrow x = BH = 9 \Rightarrow AB = 2 \times 9 = 18$$

$$\triangle OHP: OH^2 + PH^2 = PO^2 \Rightarrow 12^2 + (y+9)^2 = 24^2$$

$$\Rightarrow (y+9)^2 = 12 \times 26 \Rightarrow y+9 = 12\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow y = 12\sqrt{3} - 9$$

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)



پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

$$S_{\text{قطعه}} = S_{\text{قطاع } OAB} - S_{\triangle OAB}$$

$$S_{\text{قطاع } OAB} = \frac{\alpha}{360^\circ} \pi r^2 = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 25 = \frac{25}{3} \pi$$

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} r^2 \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \times 25 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4}$$

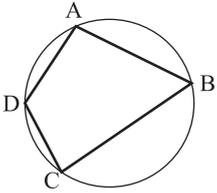
$$S_{\text{قطعه}} = \frac{25\pi}{3} - \frac{25\sqrt{3}}{4} = 25 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۳)



پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

ABCD یک چهارضلعی محاطی است.



$$1) \hat{A} + \hat{C} = \frac{\widehat{DCB}}{2} + \frac{\widehat{BAD}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$$

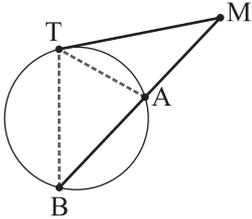
$$2) \hat{B} + \hat{D} = \frac{\widehat{ADC}}{2} + \frac{\widehat{CBA}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۷)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{1} \Rightarrow \frac{1}{r_c} = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12} \Rightarrow r_c = \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5} \text{ cm}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۹)



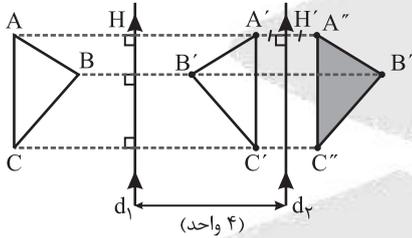
$$\begin{cases} \hat{M}TA = \hat{M}BT = \frac{\widehat{TA}}{2} \\ \hat{M} = \hat{M} \text{ , مشترک} \end{cases} \rightarrow \Delta MTA \sim \Delta MBT \Rightarrow \frac{MT}{MB} = \frac{MA}{MT} \Rightarrow MT^2 = MA \cdot MB$$

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

از T به A و B وصل می‌کنیم.

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۸)

پاسخ سؤال ۱۰: (۲ نمره)



(الف)

(ب) طبق فرض A' بازتاب A نسبت به d_1 است، پس $AH = HA'$. همچنین A'' بازتاب A' نسبت به d_2 است، پس $A'H' = H'A''$. حال داریم:

$$AA'' = AH + HA' + A'H' + H'A'' = HA' + HA' + A'H' + A'H' = 2(HA' + A'H') = 2HH' = 2(4) = 8$$

(پ) مشابه با قسمت (ب)، می‌توان نشان داد که $CC'' = BB'' = 8$. در نتیجه می‌توان با تبدیل انتقال با بردار انتقال $\overrightarrow{AA''}$ به طول ۸ واحد مثلث $A'B'C'$ را به مثلث $A''B''C''$ تصویر کرد:

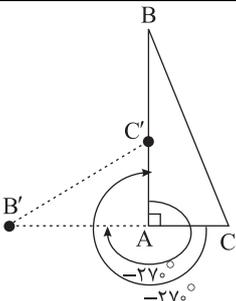
$$\left. \begin{aligned} T_{\overrightarrow{AA''}}(A) &= A'' \\ T_{\overrightarrow{AA''}}(B) &= B'' \\ T_{\overrightarrow{AA''}}(C) &= C'' \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_{\overrightarrow{AA''}}(\Delta ABC) = \Delta A''B''C''$$

نتیجه می‌گیریم که ترکیب دو بازتاب محوری با محورهای موازی و به فاصله L از هم، یک انتقال با بردار انتقالی به طول $2L$ خواهد بود.

(هندسه یازدهم، صفحه ۴۴)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

$$R_A^{-27^\circ}(A) = A, R_A^{-27^\circ}(B) = B', R_A^{-27^\circ}(C) = C'$$



(هندسه یازدهم، صفحه ۴۲)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

صفحه ۳ از ۳

باسمه تعالی

پاسخنامه آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

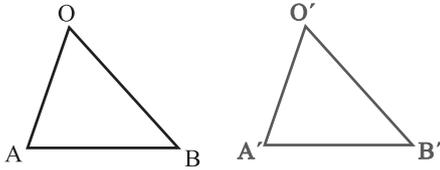
تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۸

س ل م
مجموعه مدارس سلام

پاسخنامه درس: هندسه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)

پاسخ سؤال ۱۲: (۲ نمره)

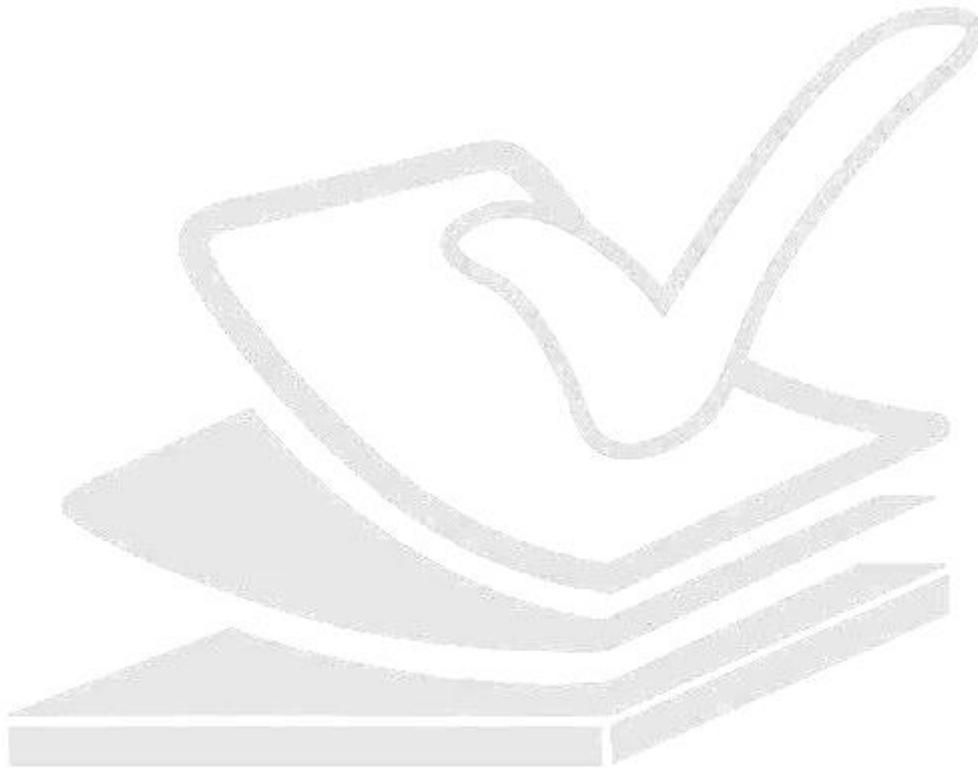


زاویه $\hat{A}OB$ را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که T یک تبدیل طولیا است و $T(O) = O'$, $T(A) = A'$, $T(B) = B'$

$$\begin{cases} OA = O'A', & T \text{ طولیا است} \\ OB = O'B', & T \text{ طولیا است} \\ AB = A'B', & T \text{ طولیا است} \end{cases} \xrightarrow{\text{ضدض}} \triangle OAB \cong \triangle O'A'B'$$

$$\Rightarrow \hat{A}OB = \hat{A'O'B'}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۶)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



پاسخ سؤال ۱: (۱/۵ نمره)

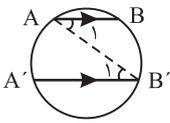
الف) زاویه‌ای است که رأس آن روی محیط دایره قرار دارد و یک ضلع آن بر دایره مماس است و یک ضلع آن وتر است. دایره است.
 ب) تبدیلی است که طول پاره‌خط را حفظ می‌کند. به زبان ریاضی، تبدیل T یک تبدیل طولیا است هرگاه اگر $T(A) = A'$ ، $T(B) = B'$ آنگاه:

$$AB = A'B'$$

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۴ و ۳۶)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۵ نمره)

ابتدا وتر AB' یا $A'B$ را رسم می‌کنیم: $\overline{AB'}$ (در اینجا وتر AB' رسم شده است).



$$(AB \parallel A'B') \wedge (\text{مورب } AB') \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}'_1 \quad (*)$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \frac{1}{2} \widehat{BB'} \\ \hat{B}'_1 = \frac{1}{2} \widehat{AA'} \end{array} \right\} \xrightarrow{(*)} \frac{1}{2} \widehat{BB'} = \frac{1}{2} \widehat{AA'} \Rightarrow \widehat{BB'} = \widehat{AA'}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۵)

پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)

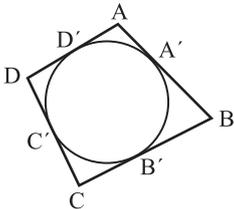
با استفاده از نامساوی $d > R + R'$ و $R' > 0$ داریم:

$$\begin{cases} 17 > 10 + m \rightarrow m < 7 \\ m > 0 \end{cases} \rightarrow 0 < m < 7$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۰)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

ابتدا شکل را رسم کرده، سپس به کمک رابطه مماس‌های برابر داریم:



$$\begin{cases} AA' = AD' \\ A'B = B'B \end{cases} \xrightarrow{+} AB = AD' + B'B$$

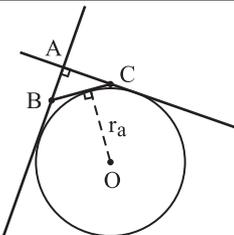
$$\begin{cases} DC' = DD' \\ C'C = B'C \end{cases} \xrightarrow{+} DC = D'D + B'C$$

$$\xrightarrow{+} AB + DC = AD + BC$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۸)

پاسخ سؤال ۵: (۲ نمره)

با استفاده از رابطه اندازه شعاع دایره محاطی خارجی $(r_a = \frac{S}{P-a})$ داریم:



$$\Delta ABC \text{ بررسی قضیه فیثاغورس در } a^2 = b^2 + c^2$$

$$\rightarrow 13^2 = 12^2 + 5^2 \rightarrow 169 = 144 + 25$$

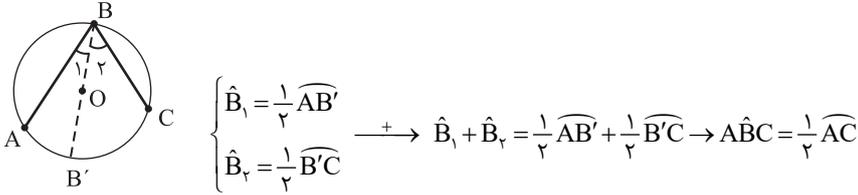
$$\rightarrow 169 = 169 \rightarrow (\hat{A} = 90^\circ) \text{ مثلث } \Delta ABC \text{ قائم‌الزاویه}$$

$$\begin{cases} 2P = 13 + 12 + 5 \rightarrow P = 15 \\ S = \frac{1}{2}(12)(5) = 30 \end{cases} \rightarrow r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{30}{15-12} = \frac{30}{3} = 10$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

ابتدا قطر گذرنده از نقطه B را رسم می‌کنیم: $\overline{BOB'}$

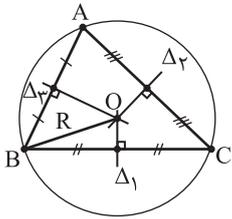


(هندسه یازدهم، صفحه ۱۴)

پاسخ سؤال ۷: (۲ نمره)

ابتدا مثلث $\triangle ABC$ را رسم می‌کنیم؛ سپس عمودمنصف‌های اضلاع را به کمک پرگار و خطکش نامدرج ترسیم کرده، این عمودمنصف‌ها در نقطه‌ای مانند O هم‌رس هستند.

این نقطه مرکز دایره محیطی است و شعاع آن OA یا OB یا OC است. بنابراین دایره محیطی مثلث $\triangle ABC$ به راحتی با پرگار رسم می‌شود.
 جواب مسأله $\rightarrow C(O, R)$

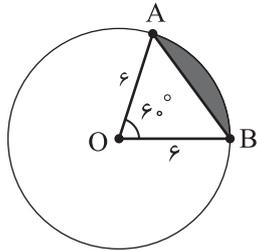


(هندسه یازدهم، صفحه ۲۵)

پاسخ سؤال ۸: (۲ نمره)

مثلث $\triangle OAB$ متساوی‌الساقین است و چون $\angle AOB = 60^\circ$ است، پس متساوی‌الاضلاع است:

$$\begin{aligned} S_{\text{هاشور}} &= S_{\text{قطاع}} - S_{\triangle OAB} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{4} r^2 = \frac{36\pi \times 60^\circ}{360^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times (6)^2 \\ &= \frac{36\pi}{6} - 9\sqrt{3} = 6\pi - 9\sqrt{3} \end{aligned}$$



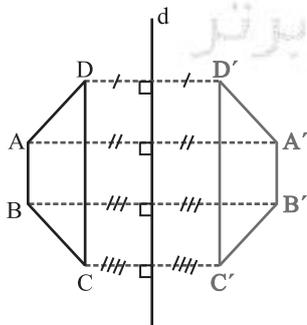
(هندسه یازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{\frac{S}{P-a}} + \frac{1}{\frac{S}{P-b}} + \frac{1}{\frac{S}{P-c}} = \frac{P-a}{S} + \frac{P-b}{S} + \frac{P-c}{S} = \frac{3P - (a+b+c)}{S} = \frac{3P - 2P}{S} = \frac{P}{S} = \frac{1}{r}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)



(هندسه یازدهم، صفحه ۳۷)

پاسخ سؤال ۱۱: (۲ نمره)

الف) $AA' = BB' \Rightarrow AA'B'B: \text{متوازی الاضلاع} \Rightarrow AB = A'B'$
 $AA' \parallel BB'$

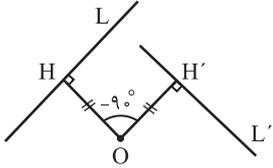
ب) $AA' = BB' \Rightarrow A'B' = A'B + BB' = A'B + AA' = AB$

(هندسه یازدهم، صفحه ۴۱)



پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

ابتدا عمودی از نقطه O بر خط L وارد می‌کنیم، پای عمود را H نامگذاری کرده، سپس به مرکز O با زاویه -90° نقطه H دوران می‌دهیم، نقطه تبدیل را H' نامگذاری کرده، اکنون اگر از نقطه H' عمودی بر OH' خارج کنیم، این خط جواب مسأله است.



$$R_O^{-90^\circ}(L) = L'$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۴)

پاسخ سؤال ۱۳: (هر مورد ۵/۵ نمره)

الف) درست

$$\hat{A}BC \xrightarrow{T} \hat{A}'B'C' ; \begin{cases} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \hat{A}BC \cong \hat{A}'B'C' \rightarrow \hat{A}BC = \hat{A}'B'C'$$

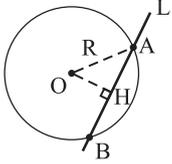
(هندسه یازدهم، صفحه ۳۷)

ب) نادرست؛ دوران یک تبدیل طولپا است و اندازه زاویه را حفظ می‌کند.



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۰ نمره)

الف) «غلط»



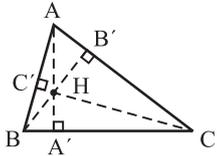
خط L و دایره دو نقطه مشترک دارند. $\rightarrow OH < R$

ب) «درست»

$$(TT')^2 = d^2 - (R_1 - R_2)^2 = 100 - 36 = 64$$

$$\rightarrow |TT'| = 8 \xrightarrow{TT' > 0} TT' = 8$$

ج) «غلط»



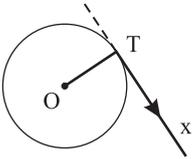
مرکز دایره محاطی مکان تلاقی نیمسازهای زوایای داخلی مثلث است.

د) «درست»

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۱، ۲۱، ۲۵ و ۴۷)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

ابتدا در دایره $C(O, R)$ شعاع OT را رسم می‌کنیم؛ سپس در نقطه T عمودی بر OT خارج می‌کنیم، این خط عمود مماس بر دایره است.

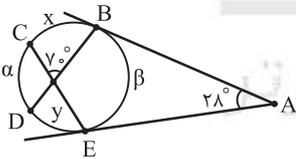


$$\overline{OT} \rightarrow Tx \perp OT \rightarrow \text{جواب: } Tx$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۱)

پاسخ سؤال ۳: (۲ نمره)

به کمک رابطه زوایای فرعی در دایره داریم:



$$\begin{cases} \gamma = \frac{1}{2}(x+y) \\ 28 = \frac{1}{2}(x+\alpha+y-\beta) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=140 \\ x+y+\alpha-\beta=56 \end{cases} \rightarrow \beta-\alpha=140-56=84$$

$$x+\alpha+y+\beta=360 \rightarrow \alpha+\beta=360-140=220$$

$$\rightarrow \begin{cases} \beta-\alpha=84 \\ \alpha+\beta=220 \end{cases}$$

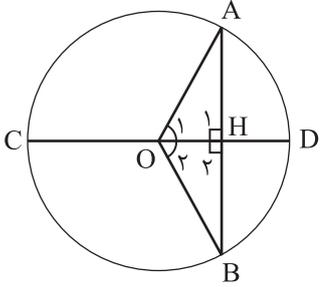
$$\rightarrow 2\beta=304 \rightarrow \beta=152 \rightarrow \alpha=220-152=68$$

$$\rightarrow \begin{cases} \widehat{BE} = \beta = 152 \\ \widehat{DC} = \alpha = 68 \end{cases}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۶)



پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)



فرض: $AH = HB$

$$\text{حکم: } \begin{cases} \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ & (CD \perp AB) \\ \widehat{AD} = \widehat{BD} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} AH = HB \\ OA = OB = \text{شعاع} \\ OH = OH \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض.ض.ض)}} \triangle OAH \cong \triangle OBH \Rightarrow \begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BD} \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2, \hat{H}_1 + \hat{H}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \Rightarrow CD \perp AB \end{cases}$$

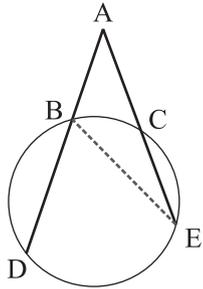
(هندسه یازدهم، صفحه ۱۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

$$\sqrt{d^2 - (R - R')^2} = 2\sqrt{21} \Rightarrow 100 - (R - R')^2 = 84 \Rightarrow (R - R')^2 = 16 \xrightarrow{R > R'} R - R' = 4 \quad (1)$$

$$\sqrt{d^2 - (R + R')^2} = 6 \Rightarrow 100 - (R + R')^2 = 36 \Rightarrow (R + R')^2 = 64 \Rightarrow R + R' = 8 \quad (2) \xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} R - R' = 4 \\ R + R' = 8 \end{cases} \xrightarrow{(+)} 2R = 12 \rightarrow \begin{cases} R = 6 \\ R' = 2 \end{cases}$$

(هندسه یازدهم، صفحه های ۲۱ و ۲۲)



پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

از B به E وصل می کنیم.

$$\begin{aligned} \hat{ABE}: \text{ خارجی } \hat{DBE} = \hat{A} + \hat{AEB} &\Rightarrow \hat{A} = \hat{DBE} - \hat{AEB} = \frac{1}{2}\widehat{DE} - \frac{1}{2}\widehat{BC} \\ &\Rightarrow \hat{A} = \frac{1}{2}(\widehat{DE} - \widehat{BC}) \end{aligned}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۵)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

$$\hat{A} = 30^\circ = \frac{\widehat{DE} - \widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{DE} - \widehat{BC} = 60^\circ$$

$$\hat{DME} = 80^\circ = \frac{\widehat{DE} + \widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{DE} + \widehat{BC} = 160^\circ$$

$$2\widehat{DE} = 160^\circ + 60^\circ = 220^\circ \Rightarrow \widehat{DE} = 110^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{\widehat{DE}}{2} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۶)

پاسخ سؤال ۸: (۲ نمره)

$$1) \quad CM = \delta k, \quad DM = 4k \Rightarrow CM + DM = 18 \Rightarrow 9k = 18 \Rightarrow k = 2 \\ \Rightarrow CM = 10, \quad DM = 8$$

$$2) \quad CM \cdot DM = AM \cdot BM \Rightarrow (x)(24 - x) = 10 \cdot 8 \Rightarrow 24x - x^2 = 80$$

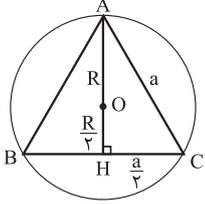
$$\Rightarrow x^2 - 24x + 80 = 0 \Rightarrow (x - 20)(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 20 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۳)



پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

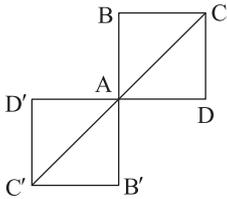


$$a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(R + \frac{R}{2}\right)^2 \Rightarrow a^2 - \frac{a^2}{4} = \left(\frac{3R}{2}\right)^2$$

$$\frac{3a^2}{4} = \frac{9R^2}{4} \Rightarrow a^2 = 3R^2 \Rightarrow a = \sqrt{3}R$$

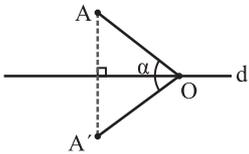
(هندسه یازدهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۵ نمره)



$$R_A^{+180^\circ}(A) = A \quad R_A^{+180^\circ}(C) = C'$$

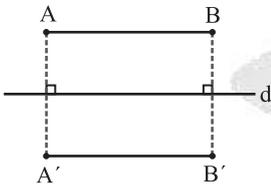
$$R_A^{+180^\circ}(B) = B' \quad R_A^{+180^\circ}(D) = D'$$



پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)
ابتدا شکل مناسبی رسم می‌کنیم:
طبق تعریف دوران $OA = OA'$ پس نقطه O از دو سر پاره خط AA' به یک فاصله بوده و در نتیجه روی عمودمنصف AA' قرار می‌گیرد.

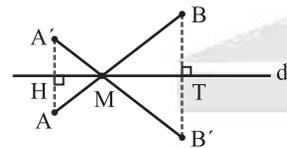
(هندسه یازدهم، صفحه ۴۴)

پاسخ سؤال ۱۲: (۲ نمره)



الف) محور بازتاب موازی پاره خط AB باشد؛ در این حالت $A'B'$ با AB موازی است و در چهارضلعی $ABB'A'$ هر ۴ زاویه قائمه می‌باشند، پس مستطیل می‌باشد، بنابراین دو ضلع روبه‌رو با هم برابرند؛ یعنی $AB = A'B'$ ، پس بازتاب در این حالت طولیاست.

ب) محور بازتاب پاره خط AB را قطع کند:
اگر بازتاب‌های A و B نسبت به خط d را به ترتیب A' و B' بگیریم و این دو نقطه را به M وصل کنیم، ثابت می‌کنیم $A'M$ و $B'M$ بر یک راستا هستند، مثلث AMA' متساوی‌الساقین است، پس MH نیمساز زاویه AMA' است و به همین دلیل MT نیز نیمساز زاویه BMB' می‌باشد و چون این دو نیمساز بر یک راستا هستند، این دو زاویه متقابل به رأس می‌باشند؛ یعنی A', M و B' بر یک راستا هستند. ضمناً $AB = AM + MB = A'M + MB' = A'B'$.

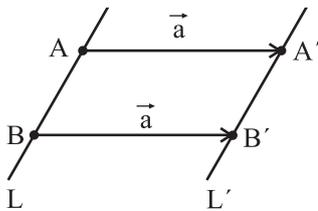


پس بازتاب، یک تبدیل طولیاست.

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

خط L و دو نقطه از آن را با بردار \vec{a} انتقال می‌دهیم:



$$\begin{cases} T_{\vec{a}}(A) = A' \\ T_{\vec{a}}(B) = B' \end{cases} \Rightarrow T_{\vec{a}}(AB) = A'B' \xrightarrow{\text{انتقال تبدیل طولیاست}} AB = A'B' \quad (1)$$

$$|AA'| = |BB'| = |\vec{a}| \quad (2)$$

(1) ، $(2) \Rightarrow AA'B'B$ متوازی‌الاضلاع است.

(هندسه یازدهم، صفحه ۴۱)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۵ نمره)

(د) درست

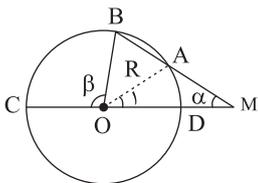
(ج) درست

(ب) نادرست

(الف) درست

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۷، ۲۱، ۲۹ و ۳۷)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۵ نمره)



$$\hat{M} = \alpha = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AD}}{2} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\beta = \widehat{BC} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$AO = AM = R \Rightarrow \hat{O}_1 = \alpha \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\hat{O}_1 = \widehat{AD} \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\beta - \alpha}{2} \Rightarrow \beta = 3\alpha \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۷)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BEFC} - \widehat{BC}}{2} \Rightarrow 60^\circ = \frac{\widehat{BE} + \widehat{EF} + \widehat{FC} - \widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{BE} + \widehat{EF} + \widehat{FC} - \widehat{BC} = 120^\circ \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

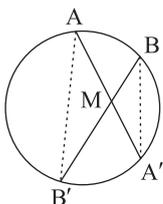
$$\hat{D} = \frac{\widehat{EBCF} - \widehat{EF}}{2} \Rightarrow 40^\circ = \frac{\widehat{BE} + \widehat{BC} + \widehat{FC} - \widehat{EF}}{2} \Rightarrow \widehat{BE} + \widehat{BC} + \widehat{FC} - \widehat{EF} = 80^\circ \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\xrightarrow{+} \rightarrow 2\widehat{BE} + 2\widehat{FC} = 200^\circ \xrightarrow{+2} \rightarrow \widehat{BE} + \widehat{FC} = 100^\circ$$

$$\hat{M}_1 = \frac{\widehat{BE} + \widehat{FC}}{2} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۷)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)

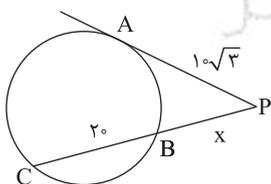


برهان: از A به B' و از B به A' وصل می‌کنیم. دو مثلث $\triangle BMA'$ و $\triangle MBA'$ متشابه هستند. زیرا:

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{B} = \frac{\widehat{A'B'}}{2} \quad (\text{نمره } ۰/۵) \\ \hat{A} = \hat{B} = \frac{\widehat{A'B'}}{2} \quad (\text{نمره } ۰/۵) \end{cases} \xrightarrow{\text{زا}} \triangle MAB' \sim \triangle MBA' \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} \Rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۸)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)



$$PA^2 = PB \times PC \Rightarrow (10\sqrt{3})^2 = x(x + 20) \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$300 = x(x + 20) \Rightarrow x = 10 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

$$\Rightarrow PB = 10, PC = 30 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$R = 12, R' = 6, TT' = 8 \quad (\text{نمره } ۰/۵)$$

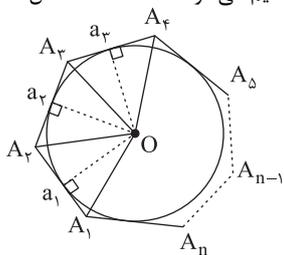
$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \Rightarrow 8 = \sqrt{d^2 - (12 - 6)^2} \Rightarrow 64 = d^2 - 36 \Rightarrow d^2 = 100 \Rightarrow d = 10 \quad (\text{نمره } ۰/۲۵)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۱)



پاسخ سؤال ۷: (۱/۵) (نمره)

مرکز دایره محاطی (نقطه O) را به رئوس n ضلعی محیطی $A_1A_2A_3...A_{n-1}A_n$ وصل می کنیم. در این صورت این n ضلعی به n مثلث تقسیم می شود که مساحت کل n ضلعی با جمع مساحت این n مثلث مساوی است.



$$S = S_{\triangle OA_1A_2} + S_{\triangle OA_2A_3} + \dots + S_{\triangle OA_{n-1}A_n} \quad (\text{نمره } \circ/\Delta)$$

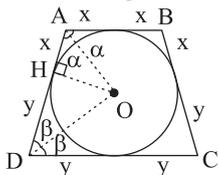
$$S = \frac{a_1r}{2} + \frac{a_2r}{2} + \dots + \frac{a_{n-1}r}{2} + \frac{a_nr}{2} = \frac{r}{2}(a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n) \Rightarrow S = rp \Rightarrow r = \frac{S}{p}$$

(نمره) (نمره) (نمره)

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۵)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵) (نمره)

چون در دوزنقه ABCD، اضلاع AB و DC (قاعده‌ها) موازی هستند و AD مورب محسوب می شوند. بنابر قضیه خطوط موازی و مورب داریم: $\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$ و از طرفی اگر از A و D به مرکز دایره محاطی وصل می کنیم، OA نیمساز زاویه \hat{A} و همچنین OD نیمساز زاویه \hat{D} است؛ پس $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ و در نتیجه $\alpha + \beta = 90^\circ$ می باشد و مثلث OAD قائم‌الزاویه است و حال در مثلث قائم‌الزاویه OAD، شعاع $R = OH$ (که ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه محسوب می شود) واسطه هندسی بین دو قطعه ایجاد شده است.



$$R^2 = xy = \left(\frac{AB}{2}\right)\left(\frac{DC}{2}\right) \Rightarrow AB \times DC = 4R^2$$

روش ۲: از A و B بر CD عمود می کنیم و داریم:

$$DH = CH' = \frac{b-a}{2}$$

از طرف دیگر چهارضلعی محیطی است، پس:

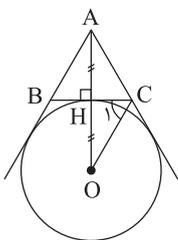
$$AD + BC = a + b \Rightarrow AD = \frac{a+b}{2}$$

حال طبق قضیه فیثاغورس در $\triangle ADH$ ، داریم:

$$AD^2 = AH^2 + DH^2 \Rightarrow \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = (2R)^2 + \left(\frac{b-a}{2}\right)^2 \Rightarrow 4R^2 = ab \Rightarrow 4R^2 = AB \times DC$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۹: (۲) (نمره)



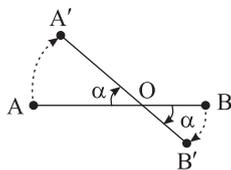
$$r_a = \frac{S}{p-a} \quad (\text{نمره } \circ/\Delta) \quad p = \frac{a+a+a}{2} = \frac{3a}{2} \quad (\text{نمره } \circ/\Delta)$$

$$\Rightarrow r_a = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3}{2}a - a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{a}{2}} \Rightarrow r_a = \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad (\text{نمره } \circ/\Delta)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۶)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱) (نمره)

مطابق شکل مرکز دوران نقطه O روی AB است و زاویه دوران α می باشد. داریم:



$$AB = AO + OB \quad (\text{نمره } \circ/\Delta)$$

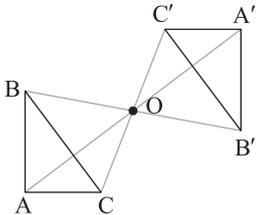
$$A'B' = A'O + OB' \quad (\text{نمره } \circ/\Delta)$$

$$AO = A'O, OB = OB' \Rightarrow AB = A'B' \quad (\text{نمره } \circ/\Delta)$$

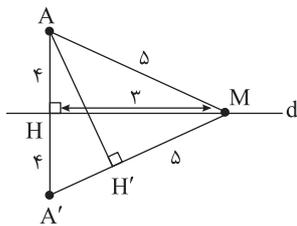
(هندسه یازدهم، صفحه ۳۳)



پاسخ سؤال ۱۱: (۵/۵) (نمره)



(هندسه یازدهم، صفحه ۱۴۲)



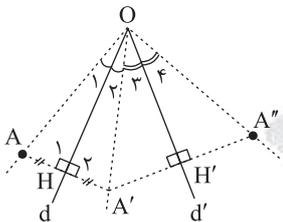
پاسخ سؤال ۱۲: (۱) (نمره)

$$AM^2 = AH^2 + MH^2 \Rightarrow MH = 3 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\left. \begin{aligned} S_{AA'M} &= \frac{AH' \times A'M}{2} \\ S_{AA'M} &= \frac{MH \times AA'}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow AH' \times A'M = MH \times AA' \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$\Rightarrow AH' \times 5 = 3 \times 8 \Rightarrow AH' = \frac{24}{5} = \frac{48}{10} = 4/8 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

پاسخ سؤال ۱۳: (۵/۵) (نمره)



$$\triangle AOH \text{ و } \triangle A'OH: \begin{cases} AH = A'H \\ OH = OH \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{قضیه}} \triangle AOH \cong \triangle A'OH \quad (\text{نمره } 0/5)$$

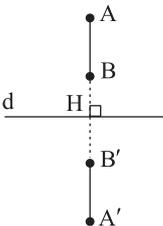
$$\xrightarrow{\text{اجزای نظیر}} \hat{O}_1 = \hat{O}_2, OA = OA'$$

$$\triangle A''OH \cong \triangle A'OH \xrightarrow{\text{اجزای نظیر}} \hat{O}_3 = \hat{O}_4, OA' = OA'' \Rightarrow OA = OA'' \quad (\text{نمره } 0/5)$$

پس می توان تحت مرکز O دورانی را فرض کرد که A را به A'' برساند.

$$\angle AOA'' = \angle AOA' + \angle A'OA'' = 2\hat{O}_2 + 2\hat{O}_4 = 2(\hat{O}_2 + \hat{O}_4) \Rightarrow \angle AOA'' = 2\alpha \quad (\text{نمره } 0/5)$$

پاسخ سؤال ۱۴: (۱) (نمره)



$$\begin{cases} AH = A'H \quad (\text{نمره } 0/25) \\ BH = B'H \quad (\text{نمره } 0/25) \end{cases} \Rightarrow AH - BH = A'H - B'H \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow AB = A'B' \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۳۹)

پاسخ سؤال ۱۵: (۵/۵) (نمره)

گزینه ۲، دو خط متقاطع شیبهای نابرابر دارند. بنابراین نمی توانند انتقال یافته یکدیگر باشند. (انتقال، شیب خط را حفظ می کند).

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۴۱)

پاسخ سؤال ۱۶: (۵/۵) (نمره)

الف) بازتاب

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۴۴)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۵ نمره)

(د) $2r \sin \frac{180^\circ}{n}$

ج) دایره محیطی

ب) مماس درون

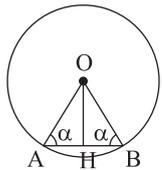
الف) زاویه ظلّی

و) نقطه ثابت

ه) می کند

(هندسه یازدهم، صفحه های ۱۴، ۲۰، ۲۹، ۳۰، ۳۸ و ۴۲)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)



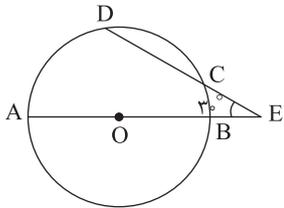
$OA = OB = r \Rightarrow \Delta OAB$ متساوی الساقین $\Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \alpha$ (نمره ۰/۲۵)

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{O} = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \alpha + \hat{O} = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha = 120^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ \Rightarrow \Delta OAB$ متساوی الاضلاع (نمره ۰/۲۵)

$\Rightarrow OH = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = 5\sqrt{3}$ (نمره ۰/۵)

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۷)

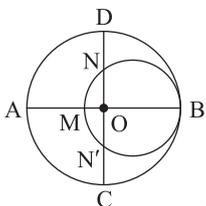
پاسخ سؤال ۳: (۱ نمره)



$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{BC} + \widehat{DC} + \widehat{AD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BC} + 30^\circ + \widehat{AD} = 180^\circ \\ \Rightarrow \widehat{BC} + \widehat{AD} = 150^\circ \text{ (نمره ۰/۲۵)} \\ \hat{E} = \frac{\widehat{AD} - \widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{AD} - \widehat{BC} = 60^\circ \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{AD} = 105^\circ \text{ (نمره ۰/۵)}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۷)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)



$AM = 16, DN = 10, OA = R \Rightarrow OM = R - 16$

$OB = R, ON = R - 10$

$ON \times ON' = OB \times OM \Rightarrow$

$(R - 10)^2 = (R - 16) \times R$ (نمره ۰/۷۵)

$R^2 - 20R + 100 = R^2 - 16R \Rightarrow 4R = 100 \Rightarrow R = 25$ (نمره ۰/۲۵)

شعاع دایره کوچکتر $= \frac{BM}{2} = \frac{2R - AM}{2} = \frac{2 \times 25 - 16}{2} = 17$ (نمره ۰/۵)

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)

$EA \times EB = ED \times EC \Rightarrow 2 \times 10 = x \times 4 \Rightarrow x = 5$ (نمره ۰/۷۵)

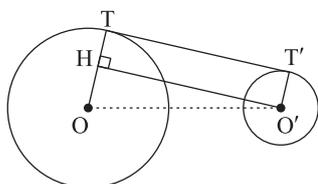
$MT^2 = MC \times MD \Rightarrow 6^2 = y(y + 9) \Rightarrow y^2 + 9y - 36 = 0$ (نمره ۰/۵)

$(y + 12)(y - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \checkmark \\ y = -12 \times \end{cases}$ (نمره ۰/۲۵)

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

از O' بر شعاع OT عمودی رسم می کنیم. چهارضلعی $HTT'O'$ مستطیل است، پس:



$TT' = O'H$ (نمره ۰/۲۵)

$\Delta OHO': OO'^2 = OH^2 + O'H^2$ (نمره ۰/۲۵)

$OO'^2 = (R - R')^2 + TT'^2$ (نمره ۰/۲۵)

$TT'^2 = OO'^2 - (R - R')^2$

$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2}$ (نمره ۰/۲۵)

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۱)



پاسخ سؤال ۷: (۱/۵) (نمره)

مثلی با اضلاع ۵، ۱۲ و ۱۳ قائم الزاویه است. در ادامه مساحت (S) و محیط (۲P) را حساب می‌کنیم.

$$S = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30 \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

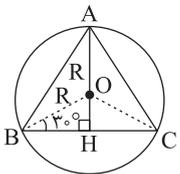
$$P = \frac{r}{r} = 15 \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{30}{15} = 2 \text{ (نمره } \circ/۵)$$

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{30}{15-13} = 15 \text{ (نمره } \circ/۵)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۶)

پاسخ سؤال ۸: (۱/۵) (نمره)



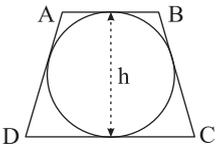
$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta OBH : \hat{B} = 30^\circ \Rightarrow OH = \frac{R}{2}, OA = R \text{ (نمره } \circ/۵) \\ BH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times R \Rightarrow BC = 2BH = \sqrt{3}R \text{ (نمره } \circ/۵) \end{array} \right.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} (BC)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (\sqrt{3}R)^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2 \text{ (نمره } \circ/۵)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۹: (۲) (نمره)

در این دوزنقه داریم:

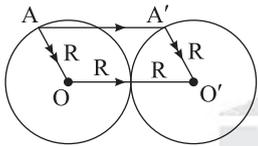


$$\left\{ \begin{array}{l} h = 2r = \sqrt{AB \cdot CD} \Rightarrow 6\sqrt{2} = \sqrt{(AB)(2AB)} \Rightarrow AB = 6, CD = 12 \text{ (نمره } \circ/۷۵) \\ S_{ABCD} = \frac{AB+CD}{2} \times h = \frac{6+12}{2} \times 6\sqrt{2} = 54\sqrt{2} \text{ (نمره } \circ/۷۵) \end{array} \right.$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۱۰: (۵/۵) (نمره)

مطابق شکل داریم:

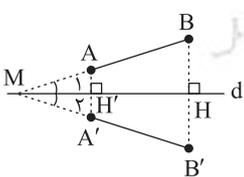


$$\left\{ \begin{array}{l} OO' \parallel AA' \\ O'A' \parallel OA, OA = O'A' = R \Rightarrow |AA'| = |OO'| = 2R \end{array} \right.$$

بنابراین، بردار انتقال بردار $\overrightarrow{OO'}$ به طول $2R$ است.

(هندسه یازدهم، صفحه ۴۱)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵) (نمره)



الف) امتداد AB، خط d را در نقطه M قطع می‌کند. نقطه B را نسبت به محور d بازتاب می‌کنیم تا B' به دست آید. MB' را رسم می‌کنیم. بازتاب نقطه A نسبت به خط d را پیدا می‌کنیم و ثابت می‌کنیم نقطه A' می‌باشد. به طوری که A' روی MB' قرار می‌گیرد. مثلث‌های MBB' و MAA' متساوی الساقین هستند. زیرا:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{H} = 90^\circ, BH = B'H \Rightarrow BB' \text{ عمود منصف } d \Rightarrow MB = MB' \text{ (۱) (نمره } \circ/۲۵) \\ \hat{H}' = 90^\circ, AH' = A'H' \Rightarrow AA' \text{ عمود منصف } d \Rightarrow MA = MA' \text{ (۲) (نمره } \circ/۲۵) \end{array} \right.$$

از طرفی می‌دانیم که در مثلث متساوی الساقین، عمود منصف d نیمساز زاویه M می‌باشد. پس $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ و در نتیجه، A' روی MB' قرار دارد. از طرفی از موارد (۱) و (۲) داریم:

$$MB = MB', MA = MA' \Rightarrow MB - MA = MB' - MA' \Rightarrow AB = A'B' \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

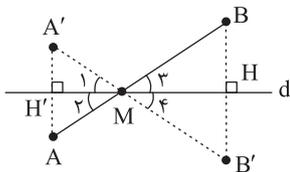
بنابراین در این حالت بازتاب طولی می‌باشد.

ب) پاره خط AB محور بازتاب d را در نقطه M قطع می‌کند. بازتاب A نسبت به خط d، نقطه A' می‌باشد. MA' بر امتداد MB' یعنی نقطه B نسبت به خط d قرار می‌گیرد. چون نقطه A' بازتاب A نسبت به خط d می‌باشد. داریم:

$$\hat{H} = 90^\circ, AH' = A'H' \Rightarrow AA' \text{ عمود منصف } d \Rightarrow MA = MA', \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$

از طرفی داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = \hat{M}_3 = \hat{M}_4 \\ BH = B'H, \hat{H} = 90^\circ \end{array} \right. \text{ (نمره } \circ/۲۵)$$





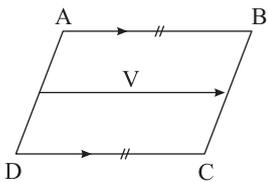
پس B' در امتداد MA' قرار دارد و همچنین مثلث MBB' متساوی الساقین خواهد بود. بنابراین:

$$\begin{cases} AB = AM + MB \\ A'B' = A'M + MB' \\ AM = A'M, BM = B'M \end{cases} \Rightarrow AB = A'B' \text{ (نمره } ۰/۲۵)$$

بنابراین، بازتاب پاره خط AB نسبت به خط d ، پاره خط $A'B'$ است و بازتاب طولیها می باشد.

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۲: (۰/۷۵ نمره)



فرض: $AB \parallel CD, AB = CD$

حکم: $AD = BC, AD \parallel BC$

مطابق شکل چون اضلاع AB و DC از چهارضلعی $ABCD$ با هم موازیند، می توان بردار انتقالی مثل V در نظر گرفت که همسنگ \overline{AB} یا \overline{DC} باشد. تحت این انتقال نقطه A روی نقطه B و همچنین D روی C نگاشته شده است.

پس می توان گفت پاره خط AD تحت انتقال V روی پاره خط BC نگاشته شده است.

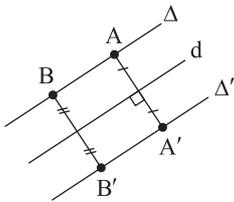
چون انتقال طولیپاست، پس $AD = BC$ و چون شیب خط تحت انتقال حفظ می شود، پس $AD \parallel BC$.

(هندسه یازدهم، صفحه ۴۱)

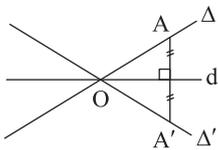
پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۲۵ نمره)

سه حالت در نظر می گیریم:

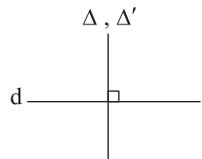
الف) حالت اول: خط Δ با محور بازتاب موازی باشد. دو نقطه از Δ را پیدا کرده بازتاب آنها و اتصال این دو نقطه بازتاب به یکدیگر، خط Δ' بازتاب Δ نسبت به d به دست می آید. چون $d \parallel \Delta$ است. خط Δ' هم موازی d و در نتیجه موازی Δ است. پس شیب Δ و Δ' مساوی است.



ب) حالت دوم: خط Δ' بازتاب Δ نسبت به خط d رسم شده است. اگر d با هم موازی نباشند سه خط Δ و Δ' و d در نقطه O روی محور بازتاب با هم متقاطع می شوند. پس $\Delta \parallel \Delta'$ در نتیجه شیبها مساوی نیست.

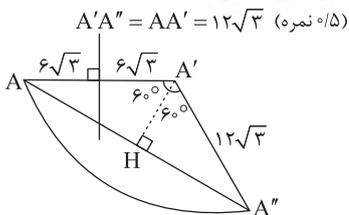


ج) حالت سوم: خط Δ عمود بر محور بازتاب d باشد. در این حالت بازتاب Δ نسبت به d بر خودش منطبق است. بنابراین بازتاب در حالت کلی شیب را حفظ نمی کند.



(هندسه یازدهم، صفحه ۳۹)

پاسخ سؤال ۱۴: (۲ نمره)



(۱ نمره) $\angle AA'H = 60^\circ \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AA' = 18$

(۰/۵ نمره) $AH = A''H \Rightarrow AA'' = 36$

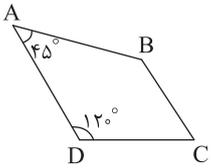
(۰/۵ نمره) $A'A'' = AA' = 12\sqrt{3}$



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۵ نمره)

الف) $\frac{S}{P-a}$

ب)



$ABCD$ محاطی $\Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow 45^\circ + \hat{C} = \hat{B} + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} - \hat{B} = 120^\circ - 45^\circ = 75^\circ$

ج)

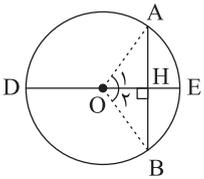
$\sqrt{d^2 - (R+R')^2} = \sqrt{4^2 - (2+1)^2} = \sqrt{7}$

د) محیطی

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۲۲، ۲۶، ۲۷ و ۲۸)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۵ نمره)

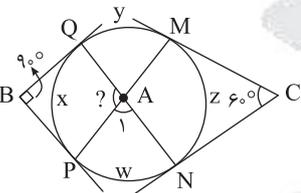
برهان: از مرکز دایره به نقاط A و B وصل می‌کنیم.



$\left. \begin{array}{l} (25/5) \text{ نمره} \quad OA = OB = r \\ (25/5) \text{ نمره} \quad \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ (25/5) \text{ نمره} \quad OH = OH \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وض}} \Delta AOH \cong \Delta BOH \text{ (نمره } 25/5) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} AH = BH \text{ (نمره } 25/5) \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Rightarrow \widehat{AE} = \widehat{BE} \text{ (نمره } 25/5) \end{array} \right.$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۳)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)



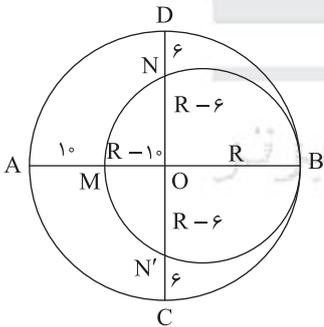
$\left. \begin{array}{l} 90^\circ = \frac{(y+z+w)-x}{2} \text{ (نمره } 25/5) \\ 60^\circ = \frac{(y+x+w)-z}{2} \text{ (نمره } 25/5) \end{array} \right\} \xrightarrow{(+)} \left\{ \begin{array}{l} 150^\circ = \frac{2(y+w)}{2} \text{ (نمره } 25/5) \\ \hat{A}_1 = \frac{(w+y)}{2} \text{ (نمره } 25/5) \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = 75^\circ \text{ (نمره } 25/5)$

$\hat{A} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ \text{ (نمره } 25/5)$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۷)

پاسخ سؤال ۴: (۲ نمره)

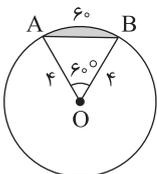
روابط طولی در دایره کوچک‌تر را می‌نویسیم:



$ON \times ON' = OB \times OM$
 $(R-6)(R-6) = R(R-10) \text{ (نمره } 5/5)$
 $R^2 - 12R + 36 = R^2 - 10R \Rightarrow R = 18 \text{ (نمره } 1)$
 قطر دایره کوچک = $MB = R - 10 + R = 26 \Rightarrow r = 13 \text{ (نمره } 5/5)$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)



$S_{\Delta OAB} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3} \text{ (نمره } 5/5)$

$S_{\text{قطاع } 60^\circ \text{ درجه}} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \times 4^2}{360^\circ} \times 60^\circ = \frac{16}{6} \pi = \frac{8\pi}{3} \text{ (نمره } 5/5)$

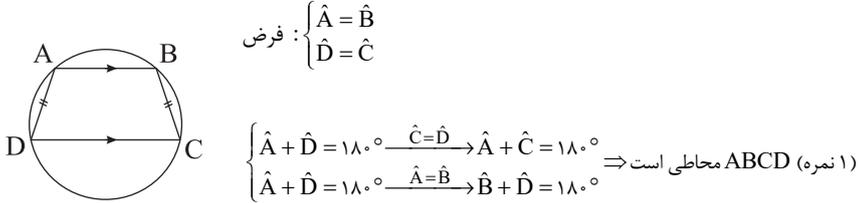
مساحت سایه‌زده = مساحت قطاع - مساحت مثلث $\Rightarrow S = \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3} \text{ (نمره } 5/5)$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۳)



پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

قضیه: دوزنقه متساوی الساقین، محاطی است.



طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

عکس قضیه:

فرض: $\Rightarrow \begin{cases} \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \\ \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \end{cases}$

(۱ نمره) ABCD دوزنقه متساوی الساقین است. $\hat{A} + \hat{D} = \hat{A} + \hat{C} \Rightarrow \hat{D} = \hat{C} \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \\ \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \end{cases}$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

$AM = P - BC \Rightarrow 1/5 = P - 5 \Rightarrow P = 6/5 \Rightarrow 2P = 12/5$ (نمره ۵/۵)

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۰)

پاسخ سؤال ۸: (۲ نمره)

در فرمول‌های زیر S مساحت و p نصف محیط می‌باشد.

$r_a = \frac{s}{p-a}, r_b = \frac{s}{p-b}, r_c = \frac{s}{p-c}, r = \frac{s}{p}$

$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s} + \frac{1}{s} = \frac{p-a+p-b+p-c}{s} = \frac{3p-2p}{s} = \frac{p}{s} = \frac{1}{r}$ (نمره ۵/۵)

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c \Rightarrow h_a = \frac{2s}{a}, h_b = \frac{2s}{b}, h_c = \frac{2s}{c}$

$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2s} + \frac{b}{2s} + \frac{c}{2s} = \frac{a+b+c}{2s} = \frac{2p}{2s} = \frac{p}{s} = \frac{1}{r}$ (نمره ۵/۵)

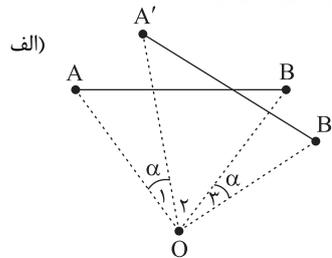
(هندسه یازدهم، صفحه ۲۹)

پاسخ سؤال ۹: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

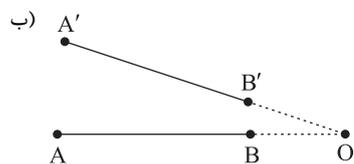
(الف) می‌شود (ب) نقطه ثابت تبدیل (ج) عمود منصف (د) طولیا (ایزومتري)

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۴)

پاسخ سؤال ۱۰: (۲ نمره)



$\left. \begin{cases} \hat{A}OB = \hat{O} + \alpha \text{ (نمره ۲۵/۰)} \\ \hat{A}'O'B' = \hat{O} + \alpha \text{ (نمره ۲۵/۰)} \\ \left\{ \begin{array}{l} OA = OA' \text{ (نمره ۲۵/۰)} \\ OB = OB' \text{ (نمره ۲۵/۰)} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}OB = \hat{A}'O'B' \end{cases} \right\} \xrightarrow{\text{قضیه}} \xrightarrow{\Delta} \xrightarrow{\Delta} AOB \cong A'O'B' \Rightarrow AB = A'B' \text{ (نمره ۲۵/۰)}$



$\left. \begin{cases} AB = OA - OB \text{ (نمره ۲۵/۰)} \\ A'B' = OA' - OB' \text{ (نمره ۲۵/۰)} \\ \left\{ \begin{array}{l} OA = OA' \\ OB = OB' \end{array} \right\} \Rightarrow AB = A'B' \text{ (نمره ۲۵/۰)} \end{cases}$

(هندسه یازدهم، صفحه ۴۱)



پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۵ نمره)

الف) بازتاب اندازه زاویه را حفظ می کند، داریم:

$$\begin{cases} A \text{ بازتاب } A' \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (نمره } \frac{1}{2.5}) \\ A' \text{ بازتاب } A'' \Rightarrow \hat{O}_3 = \hat{O}_4 \text{ (نمره } \frac{1}{2.5}) \end{cases} \Rightarrow \widehat{AOA''} = 2(\hat{O}_2 + \hat{O}_3) = 2\theta \text{ (نمره } \frac{1}{2.5})$$

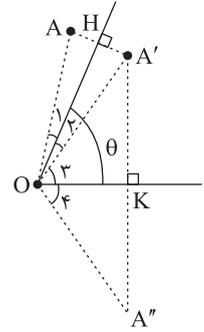
ب) به همین ترتیب داریم:

$$\widehat{BOB''} = \widehat{COC''} = 2\theta \text{ (نمره } \frac{1}{2.5})$$

ج) از آنجا که داریم:

$$OA = OA'', \widehat{AOA''} = 2\theta$$

پس A'' دوران یافته A به مرکز O و زاویه 2θ می باشد. پس $A''B''C''$ دوران یافته مثلث ABC به مرکز O و زاویه 2θ می باشد. (۵/۵ نمره)



(هندسه یازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

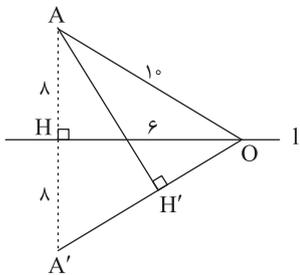
روش اول:

$$OA^2 = AH^2 + OH^2 \Rightarrow 10^2 = 6^2 + OH^2 \Rightarrow OH^2 = 36 \Rightarrow OH = 6 \text{ (نمره } \frac{1}{2.5})$$

$$\text{نسبت ارتفاعها معکوس نسبت قاعدههای نظیر آنها است.} \frac{OH}{AH'} = \frac{OA}{AA'} \xrightarrow{OA=OA'} \frac{6}{AH'} = \frac{10}{16} \Rightarrow AH' = 9.6 \text{ (نمره } \frac{1}{2.5})$$

روش دوم:

$$\frac{OH \times AA'}{2} = \frac{AH' \times OA'}{2} \Rightarrow \frac{6 \times 16}{2} = \frac{AH' \times 10}{2} \Rightarrow AH' = 9.6 \text{ (نمره } \frac{1}{2.5})$$



(هندسه یازدهم، صفحه ۴۳)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۵ نمره)

(د) نقطه ثابت تبدیل

(ج) ۴۵

(ب) ۳

(الف) 8π

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۲، ۲۲، ۲۷ و ۳۶)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۲۵/۵ نمره)

(د) نادرست

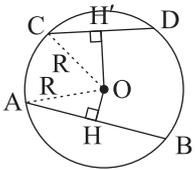
(ج) درست

(ب) نادرست

(الف) نادرست

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۵، ۲۸، ۳۹ و ۴۲)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

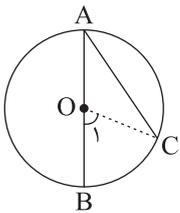


$$\left. \begin{aligned} R^2 &= \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OH^2 \quad (\text{نمره } 0/25) \\ R^2 &= \left(\frac{CD}{2}\right)^2 + OH'^2 \quad (\text{نمره } 0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OH^2 = \left(\frac{CD}{2}\right)^2 + OH'^2 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$AB > CD \Leftrightarrow \frac{AB}{2} > \frac{CD}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{AB}{2}\right)^2 > \left(\frac{CD}{2}\right)^2 \Leftrightarrow OH^2 < OH'^2 \Leftrightarrow OH < OH' \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۷)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۲۵ نمره)



$$\left. \begin{aligned} OA = OC &\Rightarrow \hat{A} = \hat{C} \quad (\text{نمره } 0/25) \\ \hat{O}_1 &= \hat{A} + \hat{C} \quad (\text{نمره } 0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = 2\hat{A} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

از طرفی \hat{O}_1 زاویه مرکزی است و داریم:

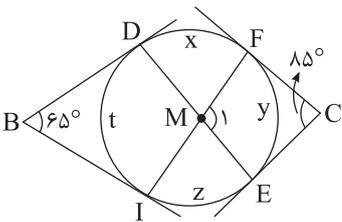
$$\hat{O}_1 = \widehat{BC} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

در نتیجه:

$$2\hat{A} = \widehat{BC} \Rightarrow \hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۳)

پاسخ سؤال ۵: (۱/۵ نمره)



$$85^\circ = \frac{(x+t+z)-y}{2} \Rightarrow x+t+z-y = 170^\circ \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$65^\circ = \frac{(x+y+z)-t}{2} \Rightarrow x+y+z-t = 130^\circ \quad (\text{نمره } 0/5)$$

با جمع کردن دو رابطه داریم:

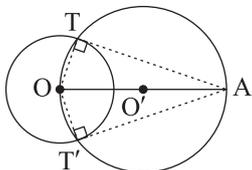
$$2x+2z = 300^\circ \Rightarrow x+z = 150^\circ \Rightarrow y+t = 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\hat{M}_1 = \frac{y+t}{2} = \frac{210^\circ}{2} = 105^\circ \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۷)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۲۵ نمره)

از A به O وصل کرده و دایره‌ای به قطر OA رسم می‌کنیم. محل برخورد دو دایره را T و T' می‌نامیم. در دایره رسم شده، \hat{T} و \hat{T}' زاویه‌های محاطی روبه‌رو به قطر هستند، در نتیجه قائمه‌اند. در دایره اولیه AT و AT' به ترتیب بر شعاع‌های OT و OT' عمودند بنابراین بر دایره مماس‌اند. (نمره ۰/۲۵)



رسم شکل (۵/۵ نمره)

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۹)



پاسخ سؤال ۷: (۱/۲۵) نمره

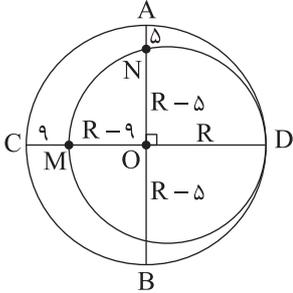
اگر شعاع دایره بزرگ را R و شعاع دایره کوچک را r در نظر بگیریم، در این صورت بنا به روابط طولی در دایره کوچک داریم:

$$R(R-9) = (R-5)(R-5) \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$\Rightarrow R^2 - 9R = R^2 - 10R + 25 \Rightarrow R = 25 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

و همچنین:

$$r = \frac{MD}{2} = \frac{(R-9) + R}{2} = \frac{16 + 25}{2} = \frac{41}{2} = 20.5 \quad (\text{نمره } 0/25)$$



(هندسه یازدهم، صفحه ۲۳)

پاسخ سؤال ۸: (۱) نمره

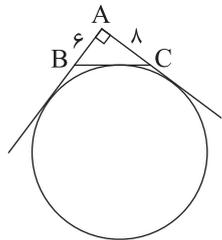
$$TT' = \sqrt{d^2 - (R-R')^2} \Rightarrow 4\sqrt{10} = \sqrt{d^2 - (7-4)^2} \Rightarrow 160 = d^2 - 9 \Rightarrow d^2 = 169 \Rightarrow d = 13 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R+R')^2} = \sqrt{169 - (7+4)^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه یازدهم، صفحه های ۲۱ تا ۲۳)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۲۵) نمره

شعاع دایره محیطی نصف وتر مثلث است، پس $R = 5$.



$$BC^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow BC = 10 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$P = \frac{6+8+10}{2} = 12 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{6 \times 8}{2} = 24 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

شعاع دایره محیطی محاطی و تر BC که بزرگترین دایره محیطی محاطی خارجی است، برابر است با:

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{24}{12-10} = 12 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۶)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱/۲۵) نمره

$$P = \frac{6+9+11}{2} = 13 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$BT = AT - AB = P - AB = 13 - 6 = 7 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$BM = P - AC = 13 - 9 = 4 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۰)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱/۷۵) نمره

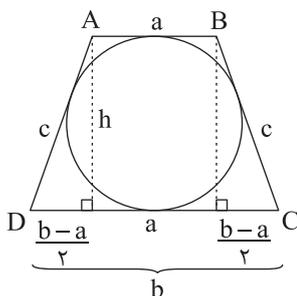
دوزنقه محاطی است، در نتیجه متساوی الساقین است (نمره ۰/۲۵) و چون محیطی است بنابراین:

$$a + b = 2c \Rightarrow c = \frac{a+b}{2} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$c^2 = h^2 + \left(\frac{b-a}{2}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = h^2 + \left(\frac{b-a}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = \frac{fab}{4} = ab \Rightarrow h = \sqrt{ab} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

و در نتیجه مساحت دوزنقه برابر است با:

$$S = \frac{(a+b)h}{2} = \frac{a+b}{2} \times \sqrt{ab} \quad (\text{نمره } 0/5)$$



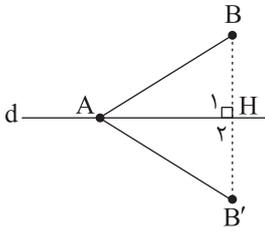
(هندسه یازدهم، صفحه ۲۹)



پاسخ سؤال ۱۲: (۱/۵ نمره)

در بازتاب نسبت به خط d داریم:

بنابراین:



$$T(B) = B', T(A) = A$$

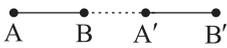
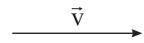
(نمره ۰/۵)

$$\left. \begin{array}{l} BH = B'H \\ AH = AH \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{(نمره ۰/۵)}]{\text{ضدض}} \triangle ABH \cong \triangle AB'H \Rightarrow AB = AB' \text{ (نمره ۰/۵)}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۶)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۵ نمره)

با توجه به شکل داریم:



$$\left. \begin{array}{l} AB = AA' - A'B \text{ (نمره ۰/۵)} \\ A'B' = BB' - A'B \text{ (نمره ۰/۵)} \\ AA' = BB' = |\vec{v}| \text{ (نمره ۰/۲۵)} \end{array} \right\} \Rightarrow AB = A'B' \text{ (نمره ۰/۲۵)}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۹)

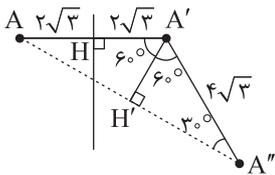
پاسخ سؤال ۱۴: (۲ نمره)

بازتاب طولی است، در نتیجه: $AH = A'H = 2\sqrt{3}$ (نمره ۰/۵)

دوران طولی است، در نتیجه: $AA' = A'A'' = 4\sqrt{3}$ (نمره ۰/۵)

با رسم ارتفاع $A'H'$ در مثلث متساوی الساقین $AA'A''$ ، زاویه 120° درجه به دو زاویه 60° درجه تقسیم می شود و ضلع روبه رو

زاویه 60° درجه $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است. یعنی:



رسم شکل (نمره ۰/۵)

$$AH' = A''H' = \frac{\sqrt{3}}{2} (4\sqrt{3}) = 6 \Rightarrow AA'' = 12$$

(نمره ۰/۲۵) (نمره ۰/۲۵)

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۴۳)

سنگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
حسین سعیدی	مهدی احمدی - پدram پاسبانی - فرهاد فرزای	مهدیار شریف - فاطمه فرجی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهر احدى - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۵/۵ نمره)

الف) زاویه محاطی: زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره و اضلاع آن شامل دو وتر از دایره باشد.
ب) تبدیل طولیا: تبدیلی که طول پاره‌خط را حفظ می‌کند، تبدیل طولیا (ایزومتري) نامیده می‌شود.

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۲ و ۳۶)

پاسخ سؤال ۲: (هر مورد ۵/۵ نمره)

ب) متخارج یا برون از هم

الف) نقطه ثابت تبدیلی

$$S = \sqrt{48 \times 12} \times \frac{48 + 12}{2} = 720 \text{ (د)}$$

$$S = \frac{\pi(6)^2(10.8)}{360} = 10.8\pi \text{ (ج)}$$

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۲، ۲۰، ۲۹، ۳۸ و ۴۰)

پاسخ سؤال ۳: (هر مورد ۲۵/۲۵ نمره)

ج) درست

ب) درست

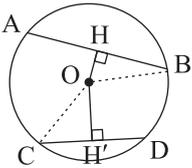
الف) نادرست

ه) درست

د) نادرست

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۲، ۲۵ و ۴۰ تا ۴۳)

پاسخ سؤال ۴: (۱/۵ نمره)



$$AB > CD \Leftrightarrow \frac{AB}{2} > \frac{CD}{2} \Leftrightarrow BH > CH' \Leftrightarrow BH^2 > CH'^2 \Leftrightarrow BO^2 - OH^2 > CO^2 - OH'^2 \text{ (نمره ۲۵/۲۵)}$$

$$\xrightarrow{BO=CO \text{ (نمره ۲۵/۲۵)}} -OH^2 > -OH'^2 \Leftrightarrow OH^2 < OH'^2 \Leftrightarrow OH < OH' \text{ (نمره ۲۵/۲۵)}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۷)

پاسخ سؤال ۵: (۲ نمره)

الف) $\hat{P} = \frac{\widehat{AD} + \widehat{BC}}{2} \Rightarrow 94^\circ = \frac{x+y}{2}$
(نمره ۲۵/۲۵)

$\hat{M} = \frac{\widehat{AD} - \widehat{BC}}{2} \Rightarrow 42^\circ = \frac{x-y}{2}$

$$\begin{cases} x+y = 188^\circ \\ x-y = 84^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 136^\circ \text{ (نمره ۲۵/۲۵)} \\ y = 52^\circ \text{ (نمره ۲۵/۲۵)} \end{cases}$$

(نمره ۲۵/۲۵)

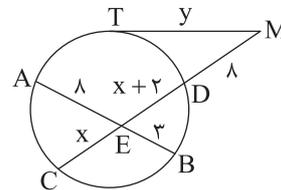
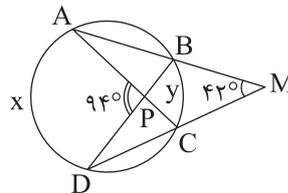
ب) $AE \times BE = CE \times DE$

$$8 \times 3 = x(x+2) \Rightarrow x^2 + 2x - 24 = 0 \Rightarrow (x+6)(x-4) = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ (نمره ۲۵/۲۵)}$$

(نمره ۲۵/۲۵)

$$MT^2 = MD \cdot MC \Rightarrow y^2 = 8(8+4+6) \Rightarrow y = 12 \text{ (نمره ۲۵/۲۵)}$$

(نمره ۲۵/۲۵)



(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۱۶ و ۱۸)

پاسخ سؤال ۶: (۲ نمره)

$$6\sqrt{6} = \sqrt{d^2 - (R-R')^2} \Rightarrow 6\sqrt{6} = \sqrt{15^2 - (R-R')^2} \text{ (نمره ۲۵/۲۵)}$$

$$2\sqrt{26} = \sqrt{d^2 - (R+R')^2} \Rightarrow 2\sqrt{26} = \sqrt{15^2 - (R+R')^2} \text{ (نمره ۲۵/۲۵)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 216 = 225 - (R-R')^2 \\ 104 = 225 - (R+R')^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (R-R')^2 = 9 \\ (R+R')^2 = 121 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R-R' = 3 \\ R+R' = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 7 \\ R' = 4 \end{cases} \text{ (نمره ۵/۵)}$$

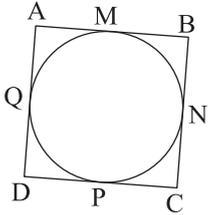
(نمره ۵/۵)

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۳)



پاسخ سؤال ۷: (۱/۵ نمره)

اگر چهارضلعی ABCD محیطی باشد:



$$\left. \begin{aligned} AM &= AQ \\ BM &= BN \\ QD &= DP \\ PC &= NC \end{aligned} \right\} \text{می دانیم: (۰/۵ نمره)}$$

$$AB + CD = AM + MB + PC + DP = AQ + QD + NC + BN = AD + BC \quad (\text{۰/۵ نمره})$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۸)

پاسخ سؤال ۸: (۲ نمره)

شعاع دایره محیطی در مثلث قائم الزاویه نصف وتر است. زیرا زاویه محاطی مقابل به قطر 90° است. پس $R = \frac{25}{2} = 12.5$ (۰/۵ نمره)

می دانیم شعاع دایره محاط داخل $r = \frac{S}{p}$ و شعاع دایره محاط خارج $r_a = \frac{S}{p-a}$ است.

$$S = \frac{24 \times 7}{2} = 84, \quad p = \frac{24 + 25 + 7}{2} = 28 \quad (\text{۰/۲۵ نمره})$$

$$\Rightarrow r = \frac{84}{28} = 3, \quad r_a = \frac{84}{28 - 25} = \frac{84}{3} = 28 \quad (\text{۰/۲۵ نمره})$$

$$r_b = \frac{84}{28 - 24} = 21, \quad r_c = \frac{84}{28 - 7} = 4 \quad (\text{۰/۲۵ نمره})$$

(هندسه یازدهم، صفحه های ۲۵ و ۲۶)

پاسخ سؤال ۹: (۱/۵ نمره)

می دانیم در هر مثلث ABC که طول اضلاع a, b و c باشد و طول ارتفاع های نظیر h_a, h_b, h_c باشند، داریم:

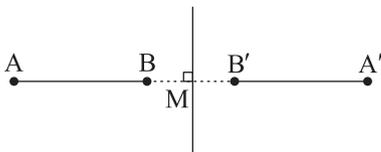
$$S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2} \Rightarrow \frac{1}{h_a} = \frac{a}{2S}, \quad \frac{1}{h_b} = \frac{b}{2S}, \quad \frac{1}{h_c} = \frac{c}{2S} \quad (\text{۰/۲۵ نمره})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S} = \frac{a+b+c}{2S} = \frac{P}{S} = \frac{1}{\frac{S}{P}} = \frac{1}{r} \quad (\text{۰/۲۵ نمره})$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۰)

پاسخ سؤال ۱۰: (۰/۵ نمره)

می دانیم در تبدیل بازتاب:



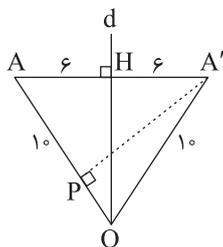
$$\left. \begin{aligned} MB &= MB' \\ MA &= MA' \end{aligned} \right\} (\text{۰/۲۵ نمره})$$

$$AB = MA - MB = MA' - MB' = A'B' \quad (\text{۰/۲۵ نمره})$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

می دانیم محور بازتاب عمودمنصف بین نقطه و تصویر (۰/۲۵ نمره) آن می باشد.



$$\begin{aligned} AH^2 + HO^2 &= AO^2 \\ 6^2 + HO^2 &= 10^2 \Rightarrow HO = 8 \end{aligned} \quad (\text{۰/۲۵ نمره})$$

$$S_{\triangle AOA'} = \frac{AA' \times OH}{2} = \frac{12 \times 8}{2} = 48 \Rightarrow S_{\triangle AOA'} = \frac{A'P \times AO}{2} = 48 \Rightarrow 96 = 10 \times A'P \Rightarrow A'P = 9.6 \quad (\text{۰/۲۵ نمره})$$

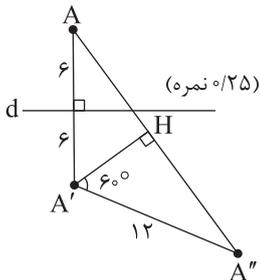
(هندسه یازدهم، صفحه ۴۲)



پاسخ سؤال ۱۲: (۱ نمره)

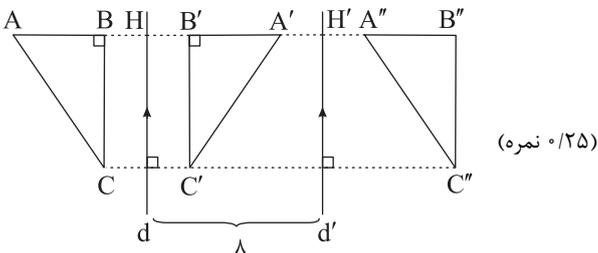
با توجه به ویژگی‌های دوران و بازتاب $AA'' = 12$ (نمره ۰/۲۵)

$$\sin 60^\circ = \frac{A''H}{AA''} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{A''H}{12} \Rightarrow A''H = 6\sqrt{3} \Rightarrow AA'' = 2A''H = 12\sqrt{3} \quad (\text{نمره } 0/25)$$



(هندسه یازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۳: (۱/۲۵ نمره)



الف) $AA'' = AH + A'H + A'H' + A''H' = 2A'H + 2A'H' = 2(HH') = 2(\lambda) = 16$ (نمره ۰/۵)

ب) چون پاره‌خط‌های AA'' ، BB'' و CC'' بر دو خط d و d' عمودند، پس با یکدیگر موازی‌اند و از طرفی:

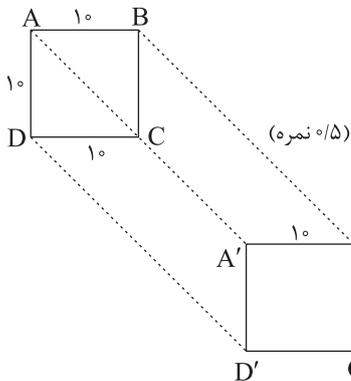
$$AA'' = BB'' = CC'' = 2(\lambda) = 16$$

پس مثلث ABC تحت انتقال به مثلث $A''B''C''$ تصویر می‌شود. یعنی ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی، یک انتقال است. (نمره ۰/۵)

(هندسه یازدهم، صفحه ۴۳)

پاسخ سؤال ۱۴: (۱/۵ نمره)

الف)



ب) می‌دانیم انتقال یک تبدیل طولیاست (نمره ۰/۲۵) پس:

$$A'B' = AB = 10, S_{A'B'C'D'} = 10^2 = 100 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

ج)

$$\Delta ACD: \text{ فیثاغورس} \Rightarrow AC^2 = AD^2 + DC^2 = 10^2 + 10^2 \Rightarrow AC = 10\sqrt{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$BB' = AA' = 2AC = 20\sqrt{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۳۹)

سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران (به ترتیب حروف الفبا)
حسین سعیدی	مهدی احمدی - پدram پاسبانی فرهاد فرزاملی	مه‌دیار شریف - فاطمه فرجی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)		
زهره احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین‌الدین تقی‌زاده - پریا رحیمی - مه‌رداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان		